

# ∫ SEMINAIRE COMMUN Δ'ANALYSE GEOMETRIQUE



**CIRM (Luminy) 7-8 Septembre 2012**

## **Programme**

**VENDREDI 7 SEPTEMBRE 2012**

**14h30 Patrick FOULON** (CIRM), 50 mn

### **« Finsler Geometry and Dynamics »**

Nous visiterons du point de vue dynamique et symplectique quelques métriques modèles de la géométrie de Finsler, notamment celles de Katok et Ziller en courbure constante positive. Je présenterai aussi l'opérateur de Laplace récemment introduit par Thomas Barthelmé. La construction comme une diffusion dynamique permet de faire apparaître certains faits (un peu) surprenants concernant les propriétés spectrales de ces métriques non-réversibles. Il s'agit de mon point de vue d'un sujet encore en friche mais sans doute prometteur.

**15h40 Nicola GIGLI** (Nice), 50 mn

### **« Tangent cones on the Wasserstein space and relation with Brenier theorem »**

Otto realized that the Wasserstein space  $(P_2(M), W_2)$  can be regarded as a sort of infinite dimensional Riemannian manifold. One of the things that have been soon understood by the community, is that there are measures (like absolutely continuous ones) where this Riemannian-like structure behaves well, and others (like Dirac ones) where it degenerates. We also know that, for absolutely continuous measures, Brenier's theorem holds, while, for Dirac measures, one typically does *not* have optimal transport maps. In this talk I will show that the link between these two problems is very tight: the tangent cone at a measure is an Hilbert space if and only if for any other measure there exists a unique optimal plan and this plan is induced by a map.

**17h Lorenzo BRASCO** (Aix-Marseille I), 50 mn

**« Le coeur d'un ensemble convexe »**

Dans cet exposé, on verra que tout ensemble convexe  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^n$  contient un sous-ensemble spécial – le coeur de  $\Omega$  – dont la définition est basée sur les symétries de réflexion de  $\Omega$ . On donnera les premières propriétés du coeur et on verra qu'il contient beaucoup de points géométriques intéressants. On montrera aussi ses applications à la localisation de points critiques des solutions des EDP. On terminera par quelques exemples, contre-exemples, questions ouvertes et conjectures. Les résultats dont on parlera sont contenus dans des papiers en collaboration avec Rolando Magnanini et Paolo Salani (Università di Firenze).

**18h10 Abdelghani ZEGHIB** (ENS Lyon), 50 mn

**« Géométrie des produits tordus »**

Le produit tordu est une construction dans la catégorie des espaces pseudo-riemanniens qui généralise le produit direct. Si le théorème de décomposition de de Rham permet de passer de l'existence de distributions parallèles au sens de la connexion de Levi-Civita, à une situation de produit métrique (au moins local), beaucoup de situations plus souples, en particulier l'existence de symétries, conduisent à une structure de produit tordu (local). C'est ce qui explique en particulier leur abondance parmi les solutions exactes (de la Relativité). Dans cet exposé, nous discuterons de la théorie géométrique des feuilletages, et dégagerons des cas de rigidité entraînant l'existence d'une structure de produit tordu. Nous parlerons également, dans ce contexte, de mécanique sur les variétés pseudo-riemanniennes.

**SAMEDI 8 OCTOBRE 2012**

**9h10 Erwann AUBRY** (Nice), 50 mn

**« Hypersurfaces de petit rayon extrinsèque ou de grand  $\lambda_1$  »**

L'inégalité de Reilly majore la première valeur propre non nulle d'une hypersurface de  $\mathbb{R}^n$  par l'intégrale du carré de la courbure moyenne, avec égalité si et seulement si l'hypersurface est une sphère Euclidienne. Le but de l'exposé est d'étudier la géométrie et les propriétés spectrales des hypersurfaces qui réalisent *presque* l'égalité dans l'inégalité de Reilly. On verra qu'elles dépendent radicalement des bornes *a priori* qu'on se fixe sur la courbure moyenne. Travail en collaboration avec Jean-François Grosjean (Nancy).

**10h20 Pierre BERARD** (Grenoble I), 50 mn

**« Domaines de stabilité et indice des surfaces de révolution minimales (caténoïdes) dans l'espace de Heisenberg muni d'une métrique invariante à gauche »**

Soit  $\text{Nil}(3)$  l'espace de Heisenberg muni de sa métrique invariante à gauche usuelle. Il existe dans  $\text{Nil}(3)$  une famille de surfaces de révolution minimales. On s'intéressera aux domaines stables et à l'indice de Morse de ces surfaces (au sens de l'opérateur de variation seconde de la fonctionnelle volume). C'est un travail en collaboration avec Mario Cavalcante (Univ. Federal de Alagoas).

**11h30 Pieralberto SICBALDI** (Aix-Marseille III), 50 mn

**« New examples of extremal domains of big volume for the first eigenvalue of the Laplace-Beltrami operator »**

We will prove the existence of extremal domains for the first eigenvalue of the Laplace-Beltrami operator in some compact Riemannian manifolds, with volume close to the volume of the manifold. These domains are close to the complement of geodesic balls of small radius centered in a convenient point of the manifold, which can be the point where the first positive eigenfunction of the Laplace-Beltrami operator over the manifold attains its maximum or a nondegenerate critical point of the scalar curvature function.

**14h Yannick SIRE** (Aix-Marseille III), 50 mn

**« Techniques d'analyse harmonique pour les EDP sur les groupes de Lie ou les variétés riemanniennes »**

J'introduirai des techniques d'analyse harmonique, principalement le para-produit, pour étudier des EDP posées sur des groupes de Lie ou sur des variétés riemanniennes. Sur les groupes de Lie, je considérerai en particulier le cas des groupes de type Heisenberg sur lesquels une transformée de Fourier est disponible. Sur des variétés riemanniennes plus générales, j'introduirai un para-produit qui permet d'obtenir des résultats de paralinéarisation.