

SEMINAIRE COMMUN Δ 'ANALYSE GEOMETRIQUE



CIRM (Luminy) 14-15 Octobre 2011

Programme & modalités

N.B. (1) D'ici Lundi 12 Septembre: me signaler (Philippe.Delanoë@unice.fr) si vous voulez être contacté par le CIRM pour pouvoir participer à cette session d'automne; sur invitation du CIRM, il faudra vous inscrire en ligne (avec soin, notamment pour l'option de repas d'arrivée, servi chaud à 12h30, ou panier froid plus tard); **(2) Pour votre ordre de mission:** revenant aux conditions garanties de l'indépendance de notre séminaire commun, chaque participant financera son transport et ses repas, le CIRM offrira nuitée et petit déjeuner; **(3) A l'arrivée:** formalités et prise de clef de chambre le Vendredi avant fermeture (!) à l'accueil du CIRM; **(4) Samedi matin:** libérer définitivement (!) la chambre pour 9h; utiliser le local à bagages.

VENDREDI 14 OCTOBRE 2011

14h30 Philippe CASTILLON (Univ. Montpellier), 45 mn

« Conséquences de la positivité d'un opérateur de Schrödinger géométrique sur une surface complète non compacte, I »

Les opérateurs de la forme $L = \Delta + a + bK$ (en notant Δ le laplacien positif, a, b , des constantes et K la courbure de Gauss) apparaissent naturellement comme opérateurs de Jacobi (ou de stabilité) d'une surface minimale dans une 3-variété. En étudiant les conséquences de la positivité pour ces opérateurs, Pogorelov, do Carmo et Peng, Fischer-Colbrie et Schoen, ont pu démontrer qu'une surface minimale orientable stable de l'espace euclidien doit être un plan affine. La méthode de Pogorelov a été reprise par Colding et Minicozzi, puis par Castillon. De l'hypothèse de positivité faite sur ces opérateurs, on peut déduire (en fonction des valeurs attribuées aux constantes a, b) des informations sur la topologie, la croissance du volume et la parabolicité des bouts de la surface.

Dans ces deux exposés, nous rappellerons les résultats de Castillon, puis nous en donnerons des extensions et des applications. Nous obtiendrons une borne inférieure pour le spectre du laplacien sur une hypersurface minimale immergée dans le produit de l'espace hyperbolique H^m par la droite réelle.

15h30 Pierre BERARD (Univ. Grenoble), 45 mn

« Conséquences de la positivité d'un opérateur de Schrödinger géométrique sur une surface complète non compacte, II »

Résumé : voir le précédent.

16h30 Julien ROTH (Univ. Paris-Est), 50 mn

« Une nouvelle caractérisation des sphères géodésiques dans les espaces modèles »

Il est facile de voir qu'une hypersurface compacte, immergée dans un espace modèle riemannien (espace euclidien, espace hyperbolique ou l'hémisphère ouvert), de courbure moyenne constante et de courbure scalaire constante, est une sphère géodésique. En utilisant un résultat de pincement de la première valeur propre du laplacien, nous montrons que si ces deux courbures sont presque constantes, alors l'hypersurface est difféomorphe et quasi-isométrique à une sphère géodésique. Si de plus l'une des deux courbures est constante (et l'autre presque constante), alors, l'hypersurface est une sphère géodésique. Si le temps le permet, nous dirons quelques mots du cas où la courbure sectionnelle de l'espace ambiant n'est pas constante.

17h30 Olivier DRUET (ENS Lyon), 55 mn

« Comportement asymptotique des surfaces à courbure moyenne constante »

Nous nous intéresserons aux surfaces à *grande* courbure moyenne constante, dans l'espace euclidien ou dans une variété riemannienne, et nous en ébaucherons une classification.

19h Dîner

SAMEDI 15 OCTOBRE 2011

9h30 Julien CORTIER (AEI Potsdam), 55 mn

« Géométrie des espace-temps d'Empanan-Reall et de Pomeransky-Senkov »

Les espace-temps d'Empanan-Reall et ceux de Pomeransky-Senkov sont des solutions en dimension $n+1 = 5$ des équations d'Einstein de la Relativité Générale. Elles contiennent un trou noir, dont l'horizon des événements a la particularité d'avoir des sections spatiales non-homéomorphes à la sphère.

Cette propriété, qui leur vaut le nom "d'anneaux noirs", n'existe pas pour les solutions "classiques" de dimension $n+1 = 4$ et motive donc leur étude en vue d'une éventuelle classification.

Après un bref rappel de Relativité Générale, nous étudierons (travail en collaboration avec P. Chrusciel et A. Garcia-Parrado) ces solutions de manière similaire à celle utilisée pour étudier l'espace-temps de Schwarzschild de dimension $n+1 = 4$. Nous en déduirons leur structure causale, illustrée par le diagramme de Carter-Penrose, et nous discuterons de la géométrie de leurs extensions, puis d'un résultat d'unicité concernant une classe d'extensions des solutions d'Empanan-Reall.

10h45 Séverine RIGOT (Univ. Nice Sophia Antipolis), 55 mn

« Inégalité isodiamétrique »

Dans l'espace euclidien, l'inégalité isodiamétrique assure que les boules sont les ensembles de volume maximal à diamètre fixé; à savoir :

$$|A| \leq 2^{-n} \omega_n (\text{diam } A)^n, \text{ où } A \subset \mathbb{R}^n,$$

$| \cdot |$ désigne la mesure de Lebesgue et ω_n la mesure de la boule unité de $\mathbb{R}^n$. Cela donne des informations non triviales sur les rapports entre métrique et mesure. En particulier, une conséquence bien connue de cette inégalité assure que mesure de Hausdorff et mesure de Hausdorff sphérique coïncident.

Plus généralement, c'est une question naturelle de savoir dans quels types d'espaces métriques mesurés on dispose ou non de ce type d'inégalités, et quelles informations peuvent en être déduites. On examinera dans cet exposé le cas de groupes homogènes où la situation se révèle nettement différente du cas euclidien.

On donnera également certaines conséquences de ces résultats concernant des questions de rectifiabilité ainsi que le lien entre inégalité isodiamétrique et "problème 1/2 de Besicovitch".

12h Erwann DELAY (Univ. Avignon), 45 mn

« Solutions d'EDP à support compact et applications aux recollements »

Soit un opérateur différentiel P à symbole surjectif et non injectif. On s'intéresse aux questions suivantes: soit f lisse à support compact, peut-on construire une solution lisse U à support compact de l'équation $PU=f$? Si l'on

considère deux éléments du noyau de P , peut-on les recoller de façon lisse en restant dans le noyau ?

Nous verrons une famille d'opérateurs de tous ordres permettant cette flexibilité. Par exemple, on pourra recoller deux champs de vecteurs à divergence nulle ou deux TT -tenseurs (champs de formes bilinéaires symétriques de trace nulle et à divergence nulle). Conséquence: sur toute boule ouverte, l'ensemble des TT -tenseurs lisses à support compact est de dimension infinie. On simplifie ainsi la construction des données initiales **CMC**. Si le temps le permet on verra aussi comment recoller deux métriques riemanniennes en interpolant leurs courbures scalaires.

13h Repas froid en self-service

14h15 Sorin DUMITRESCU (Univ. Nice Sophia Antipolis), 55 mn

« Connexions de Cartan holomorphes sur les variétés de Calabi-Yau »

On étudie les symétries locales (champs de Killing) des connexions de Cartan holomorphes sur une variété complexe. On en déduit que les variétés de Calabi-Yau admettant des connexions de Cartan holomorphes sont des tores complexes (à revêtement fini près).

15h30 DEPART Remise de toute clef du CIRM sur le comptoir d'accueil !