

# Autour des transformations de Fourier : programme

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
9h-10h	Ostrik	Renard	Soergel	Sabbah	Williamson
10h15-11h15	Sabbah	Ostrik	Renard	Soergel	Lasy
11h30-12h30	Renard	Soergel	Sabbah	Ostrik	
16h-17h	Vainerman	Kobayashi		Marmora	
17h15-18h15	Ressaire	Riche		Deltour	

## Mini-cours :

V. Ostrik : *Cells in Weyl groups, tensor categories, and character sheaves.*

Résumé : I will describe my joint work with R.Bezrukavnikov and M.Finkelberg devoted to an attempt to find a more conceptual approach to Lusztig's results on classification of character sheaves in terms of nonabelian Fourier transform. This approach is based on the idea of keeping track of tensor categories which naturally show up in this classification. In particular, non-abelian Fourier transform has a natural interpretation as an S-matrix of a certain modular tensor category.

D. Renard : *Analyse harmonique sur les groupes réductifs : théorèmes de densité et de régularité.*

Résumé : soit  $G$  un groupe fini. L'espace des fonctions sur  $G$  à valeurs complexes invariantes par conjugaison admet deux bases naturelles : celle constituée des fonctions caractéristiques des classes de conjugaison, et celle constituée des caractères des représentations irréductibles de  $G$ . Soit maintenant  $G$  un groupe algébrique réductif défini sur un corps local  $F$  de caractéristique zéro. Les caractères des représentations irréductibles de  $G$  sont alors définis comme distributions sur  $G$ , invariantes par conjugaison. Une autre famille naturelle de distributions invariantes sur  $G$  est celle des intégrales orbitales : les classes de conjugaison dans  $G$  admettent des mesures invariantes (unique un scalaire près) et l'intégration d'une fonction pour une telle mesure définit une distribution (résultat dû à Deligne et Rao). Nous énoncerons tout d'abord des résultats de densité : l'espace engendré par les caractères des représentations irréductibles tempérées de  $G$  est dense dans les distributions invariantes. De même, l'espace engendré par les intégrales orbitales régulières est dense dans les distributions invariantes. Ensuite, nous donnerons des résultats de régularité pour les caractères : ils sont donné par intégration sur  $G$  le long d'une

fonction localement  $L^1$ , analytique sur l'ouvert dense des éléments réguliers. Ceci et la formule d'intégration de Weyl montrent comment un caractère s'exprime en termes d'intégrale orbitales. Nous parlerons aussi du problème inverse consistant à exprimer les intégrales orbitales en termes de caractères.

Nous obtenons ainsi un ensemble de résultats généralisant à la fois la théorie des groupes finis et l'analyse classique de Fourier. La structure des démonstrations, assez longues, diffère dans les cas archimédien et non-archimédien. Nous indiquerons quelques éléments de cette vaste théorie (en particulier les résultats analogues sur l'algèbre de Lie) initiée en grande partie à Harish-Chandra, et complétée par de nombreux mathématiciens : Bernstein, Bouaziz, Howe, Kazhdan, Langlands...

C. Sabbah : *Fourier transformation of D-modules and applications.*

Lecture notes are available.

Résumé : These lectures are devoted to explaining some properties and some applications of the Fourier transformation of holonomic D-modules. Firstly, a comparison is made with the usual Fourier transformation of tempered distribution. Soon, we restrict our attention to one-dimensional D-modules, and explain the stationary phase formula in this context. This part relies on works of Katz, Bloch-Esnault and García López. As a first application, we explain the approach of Arinkin to the Katz algorithm, which reduces rigid irreducible bundles with connection to rank-one bundles with connection through various transformations, one of which is the Fourier (or Laplace) transformation. A second application, which relies on the work of Beilinson, Bloch, Deligne and Esnault, concerns the product formula for the period matrix of a bundle with connection. Both applications are strongly motivated by previous works of Katz and Laumon in the realm of l-adic perverse sheaves, and are intended to pursue the analogy between the complex and the l-adic theories. In this way, general holonomic D-modules are analogous to wildly ramified l-adic perverse sheaves.

W. Soergel : *Dualité de Koszul et applications en théorie des représentations.*

Résumé : Je propose d'expliquer le formalisme de la dualité de Koszul en général et ses applications en théorie des représentations. On peut interpréter cette dualité comme une version dérivée de la transformation de Fourier: en fait, pour un groupe abélien fini  $A$  et  $L$  la somme directe de ses représentations simples complexes, le foncteur  $\text{Hom}_A(L, -)$  des représentations dans les modules sur  $\text{End}_A(L)$  peut être considéré comme une transformation de Fourier, et l'équivalence de Koszul est donnée par des foncteurs de

type  $R\text{Hom}_A(L, -)$  dans des dg-modules sur  $REnd_A(L)$ .

**Exposés :**

G. Deltour : *Kirwan polyhedron of holomorphic coadjoint orbits.*

Résumé : Let  $G/K$  be a Hermitian symmetric space, where  $G$  is a semisimple connected non-compact real Lie group with finite center. A holomorphic coadjoint orbit is an elliptic coadjoint orbit with compact stabilizer, endowed with a canonical Hermitian structure compatible with the Kirillov-Kostant-Souriau symplectic structure. The holomorphic coadjoint orbits are a natural generalization of the Hermitian symmetric space  $G/K$ . I will give an analogous McDuff's symplectomorphism for holomorphic coadjoints orbits. Then, using GIT techniques, I will explain how to compute the Kirwan polyhedron equations of the orbit projection relative to the Hamiltonian  $K$ -action.

T. Kobayashi : *Minimal Representations and Generalized Fourier Transforms.*

Résumé : The Euclidean Fourier transform appears as the "inversion unitary operator" of the Weil representation realized in the Schroedinger model, which is a minimal representation of a simple group of type C. I plan to discuss a "generalized Fourier transform" arising from a minimal representation of a simple group of type D. Deformation theory will be also discussed.

T. Lasy : *Fourier Transforms for dihedral groups.*

Résumé : After the introduction of a triply-graded link homology called the Khovanov-Rozansky homology, Mikhail Khovanov has proven that this invariant can be constructed using the Hochschild homology of a certain complex of Soergel bimodules. This construction can be directly extended from the classical case of the symmetric groups to all finite Coxeter groups and provides a trace on the corresponding Hecke algebras. This trace satisfies the same "Markov properties" as a trace constructed by Gomi, using the characters of Hecke algebra and a part of the Lusztig Fourier transform matrix. Jean Michel asked whether these traces were the same. After Geordie Williamson and Ben Webster have given a positive answer in the case of Weyl groups, using geometrical methods, it was natural to try to extend this result to all finite Coxeter groups. The goal of my talk is give an idea of the proof of the result in the case of dihedral groups where geometrical methods are not applicable.

A. Marmora : *About  $p$ -adic local Fourier transform.*

Résumé :

N. Ressayre : *Deux généralisations de la conjecture PRV*

Résumé : Soit  $G$  un groupe complexe réductif et  $V_1$  et  $V_2$  deux représentations irréductibles de  $G$ . On s'intéresse au  $G$ -module  $V_1 \otimes V_2$  et à ses facteurs irréductibles. La conjecture PRV (énoncée dans les années 50 et démontrée dans les années 90 par Kumar ou Mathieu) exhibe des facteurs de  $V_1 \otimes V_2$ . Dans cet exposé nous donnerons une nouvelle preuve de la conjecture PRV. Cette preuve permet deux généralisations. Cet exposé repose sur un travail en commun avec Pierre-Louis Montagard et Boris Pasquier.

S. Riche : *Koszul duality for modular representations of semisimple Lie algebras.*

Résumé : We describe a geometric construction of Koszul duality for representations of semisimple Lie algebras in positive characteristic. This construction uses the geometric approach to these representations due to Bezrukavnikov-Mirkovic-Rumynin, and can be considered as a modular counterpart to Beilinson-Ginzburg-Soergel's Koszul duality for complex semisimple Lie algebras. It allows to prove the existence of a Koszul grading for restricted enveloping algebras, as conjectured by Soergel.

L. Vainerman : *Fourier transform : from classical to quantum.*

Résumé : We discuss some ideas and constructions around the Fourier transform starting with its classical definition. Then we consider harmonic analysis on commutative and non-commutative locally compact groups and finish with the discussion of the Fourier transform on locally compact quantum groups.

G. Williamson : *Markov traces, character sheaves and Lusztig's Fourier transform.*

Résumé : I will explain a geometric setting for Khovanov and Rozansky's triply-graded link homology (a categorification of the HOMFLYPT polynomial of a knot). I will explain how this leads to a canonical two-variable trace on Hecke algebras, and why one needs Lusztig's Fourier transform to express this trace in terms of the irreducible characters of the Hecke algebra. (This is joint work with Ben Webster.)

## Autour des transformations de Fourier : participants

BELLAMY Gwyn, University of Edinburgh  
School of Mathematics, The King's Buildings  
James Clerk Maxwell Building, Mayfield Road  
EH9 3JZ Edinburgh, ROYAUME-UNI

CHLOUVERAKI Maria, EPFL  
SB IGAT CTG BCH 3105  
1015 Lausanne, SUISSE

DELTOUR Guillaume, Universit Montpellier II  
I3M, case courrier 051, place Eugne-Bataillon  
34095 Montpellier cedex, FRANCE

DUDAS Olivier, Université de Franche-Comté  
Département de Mathématiques  
16, route de Gray  
25030 Besanon cedex, FRANCE

DUPONT Delphine, UNSA  
Laboratoire Jean-Alexandre Dieudonné  
Parc Valrose  
06108 Nice cedex 02, FRANCE

JACON Nicolas, Université de Franche-Comté  
Laboratoire de Mathématiques  
16, route de Gray  
25030 Besanon cedex, FRANCE

JUTEAU Daniel, Université de Caen  
LMNO, BP 5186  
14032 Caen cedex, FRANCE

KOBAYASHI Toshiyuki, University of Tokyo  
Graduate School of Mathematical Sciences  
3-8-1 Komaba, Meguro  
153-8914 Tokyo, JAPON

LAKMECHE Abdelkader, Université Djilali Liabs  
Facult des Sciences, BP 89  
22000 Sidi Bel Abbs, ALGERIE

LASY Trafim, Université Paris-Diderot  
UFR de Mathmatiques, Site Chevaleret, case 7012  
75205 Paris cedex 13, FRANCE

LECLERC Bernard, Université de Caen  
LMNO, BP 5186  
14032 Caen cedex, FRANCE

LETELLIER Emmanuel, Université de Caen  
LMNO, BP 5186  
14032 Caen cedex, FRANCE

LIU Gang, Université de Poitiers  
LMA, Tlport 2, BP 30179  
Boulevard Marie et Pierre Curie  
86962 Futuroscope Chasseneuil cedex, FRANCE

MARIN Ivan, Université Paris-Diderot  
UFR de Mathématiques, Site Chevaleret, case 7012  
75205 Paris cedex 13, FRANCE

MARMORA Adriano, Université de Strasbourg  
IRMA, 7 rue René-Descartes  
67084 Strasbourg cedex, FRANCE

MORANDO Giovanni, Università di Padova  
Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata  
Via Trieste, 63  
35121 Padova, ITALIE

NGO Van Dinh, Université Paris-Diderot  
UFR de Mathématiques, Site Chevaleret, case 7012  
75205 Paris cedex 13, FRANCE

OSTRIK Victor, University of Oregon  
Department of Mathematics, Fenton Hall  
OR 97403-1222 Eugene, U.S.A.

PARADAN Paul-Emile, Université Montpellier II  
I3M, case courrier 051  
place Eugène-Bataillon  
34095 Montpellier cedex, FRANCE

POLESELLO Pietro, Università di Padova  
Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata  
Via Trieste, 63  
35121 Padova, ITALIE

POLO Patrick, Université Pierre et Marie Curie  
Institut de Mathématiques de Jussieu  
4 place Jussieu, case 82  
75252 Paris cedex 05, FRANCE

RENARD David, Ecole Polytechnique  
Centre de Mathématiques Laurent-Schwartz  
91128 Palaiseau cedex, FRANCE

RICHE Simon, Université Blaise-Pascal  
Laboratoire de Mathématiques  
Campus Universitaire des Czeaux  
63177 Aubière cedex, FRANCE

SABBAH Claude, Ecole Polytechnique  
Centre de Mathématiques Laurent-Schwartz  
91128 Palaiseau cedex, FRANCE

SCHNURER Olaf, Universitat Bonn  
Mathematisches Institut, Endenicher Allee 60  
53115 Bonn, ALLEMAGNE

SOERGEL Wolfgang, Universitat Freiburg  
Mathematisches Institut, Eckerstrae 1  
79104 Freiburg, ALLEMAGNE

SORLIN Karine, UPJV  
LAMFA, 33 rue Saint-Leu  
80039 Amiens cedex 1, FRANCE

VAINERMAN Leonid, Université de Caen  
LMNO, BP 5186  
14032 Caen cedex, FRANCE

WILLIAMSON Geordie, University of Oxford  
Mathematical Institute, 24-29 St Giles'  
OX1 3LB Oxford, ROYAUME-UNI