

# $\int$ SEMINAIRE COMMUN $\Delta$ ANALYSE GEOMETRIQUE



**CIRM (Luminy) 5-6 Septembre 2014**

## **Programme**

**VENDREDI 5 SEPTEMBRE 2014**

Après-midi commune avec le Colloque « Géométrie sous-riemannienne: des géodésiques aux diffusions hypoelliptiques »

**14h30 Frédéric JEAN** (ENSTA Paris Tech, Palaiseau), 50 mn

### **« Volumes de Hausdorff en géométrie sous-riemannienne »**

Dans un espace métrique, on définit le volume de Hausdorff d'un ensemble  $E$  comme sa mesure de Hausdorff de dimension  $D$ , où  $D$  est la dimension de Hausdorff de  $E$ . Le but de cet exposé est de présenter les résultats connus sur les volumes de Hausdorff dans une variété sous-riemannienne, où la dimension de Hausdorff diffère de la dimension topologique. Je rappellerai d'abord les premiers résultats de Mitchell sur la dimension de Hausdorff et ceux plus récents de Agrachev, Boscain et Barilari sur la régularité des volumes de Hausdorff dans le cas équirégulier. J'exposerai ensuite les résultats que j'ai obtenus avec Roberta Ghezzi sur la décomposition de Radon-Nykodim du volume de Hausdorff par rapport à un volume lisse dans des variétés non équirégulières.

**15h40 Laurent MICHEL** (LJAD, Nice), 50 mn

### **« Marches aléatoires hypoelliptiques »**

On étudie la convergence vers l'équilibre d'une marche aléatoire associée à une famille hypoelliptique de champs de vecteurs sur une variété compacte (travail en collaboration avec G. Lebeau).

**16h50 Jérôme BERTRAND** (Institut de Maths de Toulouse), 50 mn

### **« Espace de Wasserstein d'un espace de courbure négative »**

Dans cet exposé, je présenterai des propriétés géométriques de l'espace des mesures de probabilités admettant un second moment fini (l'espace de

Wasserstein) définies sur un espace **CAT(0)**. Ces résultats ont été obtenus en collaboration avec B. Kloeckner.

*Pause de 17h50 à 18h10, départ des participants du Colloque « Géométrie sous-riemannienne »*

**18h10 Julien ROTH** (LAMA, Paris-Est Marne-la-Vallée), 50mn

### **« Représentation spinorielle des surfaces de $\mathbf{R}^4$ »**

Dans cet exposé, nous commencerons par donner une version spinorielle du théorème d'immersion isométrique pour les surfaces de  $\mathbf{R}^4$ . Précisément, nous montrerons que l'existence d'un spineur particulier, de type Killing généralisé, sur une surface munie d'un fibré vectoriel  $\mathbf{E}$  de rang 2 est équivalente aux équations de Gauss, Codazzi et Ricci. Cette existence équivaut donc à celle d'une immersion isométrique de cette surface dans  $\mathbf{R}^4$  avec  $\mathbf{E}$  comme fibré normal. La seconde forme fondamentale de l'immersion est alors donnée par le tenseur symétrique présent dans l'équation de Killing généralisée. Nous verrons que cette équation est en fait équivalente à l'équation de Dirac pour les spineurs de norme constante.

Dans une seconde partie, nous verrons que cette approche est équivalente à la représentation de type Weierstrass donnée par Konopelchenko et faisant également apparaître une équation de Dirac.

Il s'agit de travaux en collaboration avec Pierre Bayard et Marie-Amélie Lawn pour la première partie et Pascal Romon pour la seconde.

*Dîner servi à 19h30*

## **SAMEDI 6 SEPTEMBRE 2014**

*Libérer définitivement les chambres pour 9h15*

**9h30 Lorenzo BRASCO** (LATP, Aix-Marseille), 50mn

### **« Equations elliptiques anisotropes et problèmes de transport optimal congestionné »**

Dans cet exposé, on montrera quelques résultats de régularité pour les solutions d'équations elliptiques nonlinéaires et très dégénérées dont l'exemple typique est :

$$-(|u_x|^{p-2}u_x)_x - (|u_y|^{p-2}u_y)_y = f,$$

avec  $p > 2$ . Notamment, on s'occupera de la question de l'intégrabilité du gradient des solutions. On montrera aussi des applications de ces résultats à des problèmes issus du Transport Optimal avec effets de congestion, dans le

cas d'un coût anisotrope (résultats issus de travaux en collaboration avec Guillaume Carlier (Dauphine) et Pierre Bousquet (Aix-Marseille)).

**10h30 Jérôme VETOIS** (LJAD, Nice), 50mn

**« Les fonctions extrémales dans les inégalités de Sobolev anisotropes »**

On s'intéressera à une classe d'inégalités, issue des travaux de Mario Troisi en 1971, qui généralise les inégalités de Sobolev classiques à des espaces de Sobolev anisotropes. On présentera des résultats d'estimation *a priori* pour les fonctions extrémales dans ces inégalités.

**11h40 Nicolas THOLOZAN** (LJAD, Nice), 1h

**« Complétude des variétés pseudo-riemanniennes localement symétriques »**

Contrairement au cadre riemannien, le flot géodésique d'une variété pseudo-riemannienne compacte n'est pas nécessairement complet (c'est-à-dire défini pour tout temps). Toutefois, il n'existe aucun contre-exemple où la métrique pseudo-riemannienne soit localement symétrique, et on peut conjecturer que toutes les variétés pseudo-riemanniennes compactes localement symétriques sont géodésiquement complètes. Ce problème peut-être reformulé dans le langage des  $(G, X)$ -structures, et a été résolu par Carrière et Klingler dans le cas particulier des variétés lorentziennes de courbure constante.

Je présenterai ces différents points de vues sur la complétude des variétés pseudo-riemanniennes, et j'expliquerai comment généraliser certaines idées de Carrière et Klingler à d'autres exemples de variétés localement symétriques.

*Lunch (en self-service)*

**14h Nicolas THOLOZAN** (LJAD, Nice), 1h

**« Complétude des variétés pseudo-riemanniennes localement symétriques »**

(suite et fin du précédent exposé)

*Départ (fermeture auditorium) 15h20*