Résumé des exposés.

Juan-Carlos Alvarez Paiva : Courbure de Ricci en géométrie de Finsler.

Dans cet exposé, je ferai d'abord un tour d'horizon rapide des différentes notions de courbure de Ricci en géométrie finslèrienne. Ensuite, j'expliquerai pourquoi certains résultats de géométrie riemanienne s'étendent sans difficulté en géométrie de Finsler alors que d'autres ne peuvent tout simplement pas être généralisés.

Michel Bonnefont : Propriétés du doublement de la mesure et inégalités de Poincaré sur les boules sous un critère de courbure-dimension en géométrie sous-elliptique.

Dans cet exposé, je présenterai un critère de courbure-dimension en géométrie sous-elliptique qui généralise celui de Bakry-Emery. J'expliquerai comment, à partir de ce critère, on peut obtenir des estimations de gradient de type Li-Yau ainsi qu'une inégalité de log-Sobolev inverse pour le semi-groupe.

J'expliquerai enfin comment on en déduit la propriété de doublement de la mesure, des estimations gaussiennes du noyau de la chaleur et les inégalités de Poincaré sur les boules.

Ce travail est un travail effectué en commun avec F. Baudoin et N. Garofalo.

Saïd Jabrane : h-principe, visualisation et applications.

Le but de cet exposé est de montrer qu'on peut transformer l'intégration convexe en algorithme que nous avons implémenté pour produire un plongement isométrique du tore carré plat $\mathbb{T}^2$ dans l'espace euclidien tridimensionnel $\mathbb{E}^3$.

Ces plongements isométriques ont été découverts par Nash et Kuiper en 1954-1955 et ont surpris la communauté mathématique par leur existence et par leur régularité inhabituelle : celle-ci est seulement de classe C^1 en général.

En fait, Nash surprend le monde mathématique, en passant de l'hypothèse courante d'analycité des immersions isométriques, à la regularité la plus faible. De plus, il passe de considérations locales au problème global.

Nous présentons les premières images du plongement du tore carré plat dans l'espace tridimensionnel.

Nicolas Juillet : L'espace de Wasserstein et son espace tangent.

L'espace de Wasserstein construit sur les espaces euclidiens est à courbure positive au sens d'Alexandrov (c'est-à-dire à courbure sectionnelle positive dans un sens faible). On verra que contrairement aux espaces d'Alexandrov de dimension finie, l'ensemble des points réguliers de $P_2(R^d)$ (ceux dont le cône tangent est un espace de Hilbert) n'est pas géodésiquement convexe.

Si le temps le permet je présenterai également certaines questions liées aux espaces de Wasserstein construits sur des espaces métriques singuliers.

Benoît Kloeckner : Le petit prince et la conjecture isopérimétrique.

(Travail en collaboration avec G. Kuperberg, Université de Californie à Davis.) La conjecture isopérimétrique pour les variétés de Cartan-Hadamard prévoit qu'une variété simplement connexe à courbure sectionnelle majorée par un nombre k négatif ou nul vérifie l'inégalité isopérimétrique de l'espace hyperbolique ou euclidien de courbure k. Seuls quelques cas sont résolus : les dimensions 2 (Weil et Aubin), 3 (Kleiner) et 4 avec k=0 (Croke). Dans cet exposé on présentera une amélioration de la méthode de Croke qui permet de traiter en dimension 4, pour k<0 le cas des domaines suffisamment petits dans un sens bien quantifié. On obtient par la même méthode un résultat similaire pour k>0.

J'expliquerai cette méthode dans un cas simple, qui répond en dimension 2 à la question suivante : quelle géométrie le petit prince doit-il donner à sa planète pour maximiser l'attraction gravitationnelle qu'il ressent ? Intégrée, l'inégalité obtenue donne précisément le théorème de Weil.

Christian Léonard : Entropie minimale et transport optimal sur un graphe.

Grâce au transport optimal quadratique, la théorie de Lott, Sturm et Villani (LSV) permet, entre autres choses, de généraliser la notion de courbure de Ricci minorée des variétés riemanniennes aux espaces géodésiques. Les graphes n'étant pas géodésiques, il est naturel de modifier la théorie LSV pour obtenir des résultats analogues dans ce nouveau cadre. Parmi les premières questions qui se posent, nous rencontrons :

1) Comment voir un graphe comme un espace métrique mesuré ?

2) Quelle notion de géodésique à vitesse constante peut-on définir ?

3) Quelles sont les règles de calcul des vitesses et des accélérations ?

4) Comment modifier le carré du champ itéré ?

Dans cet exposé, nous présenterons quelques résultats qui apportent des réponses, parfois partielles, à ces questions. Notre approche consiste à minimiser l'entropie relative de marches aléatoires paresseuses conditionnées à avoir des distributions initiale et finale fixées. Dans la limite du ralentissement complet, ces problèmes d'entropie minimale convergent vers un problème de transport optimal.

Ludovic Rifford : Courbure de Ricci dans les groupes de Carnot.

Nous présenterons des résultats récents à propos de propriétés de contraction de la mesure dans les groupes de Carnot idéaux. Les groupes de Carnot sont aux variétés sous-riemanniennes ce que les espaces euclidiens sont aux variétés riemanniennes. Avant même d'étudier les propriétés de courbure des variétés sous-riemanniennes, il est donc naturel et même indispensable de commencer par étudier le cas de leurs espaces métriques tangents génériques, c'est à dire des groupes de Carnot. Nous verrons comment obtenir des résultats dans le cas de groupes de Carnot sans singulières minimisantes (idéaux). Nous verrons aussi comment une simple étude des équations d'Euler-Arnold sous-riemanniennes permet d'obtenir une borne inférieure pour d'éventuelles dimensions de propriétés de contraction de la mesure.