

Salvy, Zéphyr (LIGM, Université Gustave Eiffel)

Transition de phase des cartes boisées aléatoires décomposées par blocs

Les cartes sont de formes très variables : arbres, triangulations ou encore cartes avec beaucoup plus d'arêtes. De nombreuses classes de cartes ont été énumérées (cartes 2-connexes, arbres, quadrangulations...), notamment par Tutte, et un phénomène d'universalité a été démontré : pour la majorité d'entre elles, le nombre d'éléments de taille n dans la classe a une asymptotique de la forme $\kappa\rho^{-n}n^{-5/2}$, pour un certain κ et un certain ρ . Néanmoins, il existe des classes de cartes « dégénérées » dont le comportement est similaire à celui des arbres, et dont le nombre d'éléments de taille n a une asymptote de la forme $\kappa\rho^{-n}n^{-3/2}$, comme par exemple les cartes « outerplanar ». Cette dichotomie de comportement est observée non seulement pour le dénombrement, mais aussi d'un point de vue métrique. Dans un travail précédent [Fleurat, Salvy 2024], nous étudions un modèle dépendant d'un paramètre $u > 0$ qui présente les comportements précédents, et une transition entre les deux : selon la position de u par rapport à un point critique u_C , le comportement est celui de l'une ou l'autre classe d'universalité et, au point critique, un nouveau comportement se produit. Nous nous intéressons maintenant à un modèle plus complexe : celui des cartes boisées, c'est-à-dire munies d'un arbre couvrant, pour lequel la physique théorique prédit l'émergence de nouveaux comportements. Dans un travail avec Marie Albenque et Éric Fusy, nous mettons en évidence une nouvelle transition de phase, entre un cas "cartes boisées génériques" et un cas "arbre". Dans chaque cas, nous obtenons des résultats explicites pour l'énumération et la taille des blocs. Dans les cas surcritique et critique, nous montrons qu'avec une renormalisation appropriée, il y a convergence vers l'arbre brownien. Nous obtenons au passage le comportement asymptotique du nombre de cartes boisées 2-connexes de taille n , jusqu'alors inconnu.

<https://igm.univ-mlv.fr/~salvy/>