Les idéaux de Noether

Xavier Caruso, le 20 mars 2024

Un texte, une mathématicienne

Bibliothèque nationale de France

PARTIE 1

La vie et
l'œuvre de
Emmy Noether

Biographie

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

Max Noether
1844 – 1921

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

1901 Études à l'université d'Erlangen

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

1901 Études à l'université d'Erlangen

La direction de l'université a déclaré que l'instauration de la mixité « bouleverserait l'ordre académique ».

Noether est l'une des deux seules femmes, parmi les 986 étudiants de l'université.

Elle doit demander personnellement la permission de chaque professeur dont elle veut suivre le cours.

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

1901 Études à l'université d'Erlangen

1903 *Reiferprüfung* à Nuremberg

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

1901 Études à l'université d'Erlangen

1903 *Reiferprüfung* à Nuremberg

1903 Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

1901 Études à l'université d'Erlangen

1903 *Reiferprüfung* à Nuremberg

1903 Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen

David Hilbert
1862 – 1943

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

1901 Études à l'université d'Erlangen

1903 *Reiferprüfung* à Nuremberg

1903 Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen

Felix Klein
1849 – 1925

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

1901 Études à l'université d'Erlangen

1903 *Reiferprüfung* à Nuremberg

1903 Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen

Hermann Minkowski
1864 – 1909

Biographie

1882	Naissance de Noether à Erlangen
1900	Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles
1901	Études à l'université d'Erlangen
1903	*Reiferprüfung* à Nuremberg
1903	Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen
1903–1907	Études de mathématiques à l'université d'Erlangen

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

1901 Études à l'université d'Erlangen

1903 *Reiferprüfung* à Nuremberg

1903 Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen

1903–1907 Études de mathématiques à l'université d'Erlangen

Paul Gordan
1837 – 1912

Biographie

1882	Naissance de Noether à Erlangen
1900	Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles
1901	Études à l'université d'Erlangen
1903	*Reiferprüfung* à Nuremberg
1903	Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen
1903–1907	Études de mathématiques à l'université d'Erlangen
1907–1915	Enseigne (bénévolement !) à l'université d'Erlangen

E

1 rlangen

1 our

1 angen

1 g

1

1
1

Ernst Fischer
1875 – 1954

1907 / 1915 Enseigne (bénévolement !) à l'université d'Erlangen

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

1901 Études à l'université d'Erlangen

1903 *Reiferprüfung* à Nuremberg

1903 Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen

1903–1907 Études de mathématiques à l'université d'Erlangen

1907–1915 Enseigne (bénévolement !) à l'université d'Erlangen

1915–1922 Invitée par Hilbert et Klein à l'université de Göttingen

— Que penseront nos soldats, quand ils reviendront à l'université et verront qu'ils doivent apprendre aux pieds d'une femme ?

— Je ne vois pas pourquoi le sexe de la candidate serait un argument contre son admission comme *Privatdozent*. Après tout, nous sommes une université, pas des bains publics.

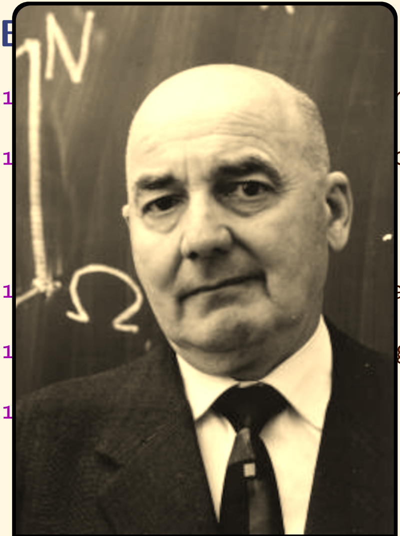
$\frac{1907}{1915}$ Enseigne (bénévolement !) à l'université d'Erlangen

$\frac{1915}{1922}$ Invitée par Hilbert et Klein à l'université de Göttingen

Richard Dedekind
1831 – 1916

$\frac{1907}{1915}$ Enseigne (bénévolement !) à l'université d'Erlangen

$\frac{1915}{1922}$ Invitée par Hilbert et Klein à l'université de Göttingen



Helmut Hasse
1898 – 1979

1907 – 1915 Enseigne (bénévolement !) à l'université d'Erlangen

1915 – 1922 Invitée par Hilbert et Klein à l'université de Göttingen

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

1901 Études à l'université d'Erlangen

1903 *Reiferprüfung* à Nuremberg

1903 Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen

1903–1907 Études de mathématiques à l'université d'Erlangen

1907–1915 Enseigne (bénévolement !) à l'université d'Erlangen

1915–1922 Invitée par Hilbert et Klein à l'université de Göttingen

1922–1923 *Privatdozent* à l'université de Göttingen

Biographie

1882 Naissance de Noether à Erlangen

1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles

1901 Études à l'université d'Erlangen

1903 *Reiferprüfung* à Nuremberg

1903 Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen

1903–1907 Études de mathématiques à l'université d'Erlangen

1907–1915 Enseigne (bénévolement !) à l'université d'Erlangen

1915–1922 Invitée par Hilbert et Klein à l'université de Göttingen

1922–1923 *Privatdozent* à l'université de Göttingen

1923–1932 *Lehrauftrag für Algebra* à l'université de Göttingen

Biographie

- 1882 Naissance de Noether à Erlangen
- 1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles
- 1901 Études à l'université d'Erlangen
- 1903 *Reiferprüfung* à Nuremberg
- 1903 Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen
- 1903–1907 Études de mathématiques à l'université d'Erlangen
- 1907–1915 Enseigne (bénévolement !) à l'université d'Erlangen
- 1915–1922 Invitée par Hilbert et Klein à l'université de Göttingen
- 1922–1923 *Privatdozent* à l'université de Göttingen
- 1923–1932 *Lehrauftrag für Algebra* à l'université de Göttingen
- 1933–1935 Invitation à Bryn Mawr puis à Princeton

Richard Brauer
1901 – 1977

- 1907 / 1915 — Enseigne (bénévolement !) à l'université d'Erlangen
- 1915 / 1922 — Invitée par Hilbert et Klein à l'université de Göttingen
- 1922 / 1923 — *Privatdozent* à l'université de Göttingen
- 1923 / 1932 — *Lehrauftrag für Algebra* à l'université de Göttingen
- 1933 / 1935 — Invitation à Bryn Mawr puis à Princeton

Biographie

- 1882 Naissance de Noether à Erlangen
- 1900 Obtention d'un diplôme pour enseigner les langues dans une école de jeunes filles
- 1901 Études à l'université d'Erlangen
- 1903 *Reiferprüfung* à Nuremberg
- 1903 Études d'astronomie et de mathématiques à l'université de Göttingen
- 1903–1907 Études de mathématiques à l'université d'Erlangen
- 1907–1915 Enseigne (bénévolement !) à l'université d'Erlangen
- 1915–1922 Invitée par Hilbert et Klein à l'université de Göttingen
- 1922–1923 *Privatdozent* à l'université de Göttingen
- 1923–1932 *Lehrauftrag für Algebra* à l'université de Göttingen
- 1933–1935 Invitation à Bryn Mawr puis à Princeton
- 1935 Mort de Noether à Bryn Mawr

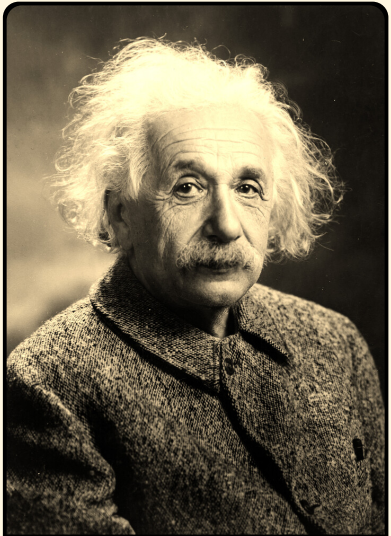
Un monde mathématique en pleine effervescence

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité



Albert Einstein
1879 – 1955

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité, mécanique quantique

Erwin Schrödinger
1887 – 1961

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité, mécanique quantique

- La théorie algébrique des nombres

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité, mécanique quantique

- La théorie algébrique des nombres
  démonstration de nouveaux cas
  du théorème de Fermat

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité, mécanique quantique

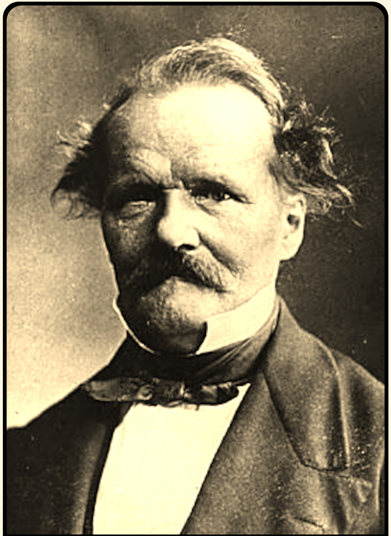
- La théorie algébrique des nombres
  démonstration de nouveaux cas
  du théorème de Fermat

Richard Dedekind
1831 – 1916

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité, mécanique quantique

- La théorie algébrique des nombres
  démonstration de nouveaux cas
  du théorème de Fermat



Ernst Kummer
1810 – 1893

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité, mécanique quantique

- La théorie algébrique des nombres
  démonstration de nouveaux cas
  du théorème de Fermat

- L'*analysis situs* (topologie)

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité, mécanique quantique

- La théorie algébrique des nombres
  démonstration de nouveaux cas
  du théorème de Fermat

- L'*analysis situs* (topologie)
  nouvelles méthodes de calcul
  pour étudier les formes géométriques

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité, mécanique quantique

- La théorie algébrique des nombres
  démonstration de nouveaux cas
  du théorème de Fermat

- L'*analysis situs* (topologie)
  nouvelles méthodes de calcul
  pour étudier les formes géométriques

Henri Poincaré
1854 – 1912

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité, mécanique quantique
- La théorie algébrique des nombres
  démonstration de nouveaux cas
  du théorème de Fermat
- L'*analysis situs* (topologie)
  nouvelles méthodes de calcul
  pour étudier les formes géométriques
- La géométrie
  focus sur les transformations
  et leurs propriétés d'invariance

Un m
en pl

- La
  rela

- La
  dén
  du

- L'*a*
  nou
  pou es

Felix Klein
1849 – 1925

- La géométrie
  focus sur les transformations
  et leurs propriétés d'invariance

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité, mécanique quantique
- La théorie algébrique des nombres
  démonstration de nouveaux cas
  du théorème de Fermat
- L'*analysis situs* (topologie)
  nouvelles méthodes de calcul
  pour étudier les formes géométriques
- La géométrie
  focus sur les transformations
  et leurs propriétés d'invariance
- La géométrie algébrique

Un m
en pl

➢ La
rela

➢ La
dén
du

➢ L'*a*
nou
pou es


Max Noether
1844 – 1921

➢ La géométrie
focus sur les transformations
et leurs propriétés d'invariance

➢ La géométrie algébrique

Un m
en pl

- La
  rela
- La
  dén
  du
- L'*a*
  nou
  pou es

David Hilbert
1862 – 1943

- La géométrie
  focus sur les transformations
  et leurs propriétés d'invariance
- La géométrie algébrique

Un monde mathématique en pleine effervescence

- La physique
  relativité, mécanique quantique
- La théorie algébrique des nombres
  démonstration de nouveaux cas
  du théorème de Fermat
- L'*analysis situs* (topologie)
  nouvelles méthodes de calcul
  pour étudier les formes géométriques
- La géométrie
  focus sur les transformations
  et leurs propriétés d'invariance
- La géométrie algébrique
- L'algèbre

Un m… en pl…

- La …
  rela…

- La …
  dén…
  du …

- L'*a*…
  nou…
  pou… …es

David Hilbert
1862 – 1943

- La géométrie
  focus sur les transformations
  et leurs propriétés d'invariance

- La géométrie algébrique

- L'algèbre

L'algèbre

L'algèbre

C'est traditionnellement l'*art* de faire des calculs

(développement, factorisation, résolution d'équations...)

L'algèbre

C'est traditionnellement l'*art* de faire des calculs

(développement, factorisation, résolution d'équations...)

mais elle se transforme et devient une réflexion sur le calcul

L'algèbre

C'est traditionnellement l'*art* de faire des calculs
(développement, factorisation, résolution d'équations...)
mais elle se transforme et devient une réflexion sur le calcul

Définition

Un *anneau* est un ensemble sur lequel on peut faire

- des additions
- des soustractions
- des multiplications

L'algèbre

C'est traditionnellement l'*art* de faire des calculs

(développement, factorisation, résolution d'équations...)

mais elle se transforme et devient une réflexion sur le calcul

Définition

Un *anneau* est un ensemble sur lequel on peut faire

- des additions
- des soustractions
- des multiplications

L'algèbre

C'est traditionnellement l'*art* de faire des calculs
(développement, factorisation, résolution d'équations...)
mais elle se transforme et devient une réflexion sur le calcul

Définition

Un *anneau* est un ensemble sur lequel on peut faire

- des additions
- des soustractions
- des multiplications

Exemples

L’algèbre

C’est traditionnellement l’*art* de faire des calculs

(développement, factorisation, résolution d’équations...)

mais elle se transforme et devient une réflexion sur le calcul

Définition

Un *anneau* est un ensemble sur lequel on peut faire

- des additions
- des soustractions
- des multiplications

Exemples

- les nombres

L’algèbre

C’est traditionnellement l’*art* de faire des calculs

(développement, factorisation, résolution d’équations...)

mais elle se transforme et devient une réflexion sur le calcul

Définition

Un *anneau* est un ensemble sur lequel on peut faire

- des additions
- des soustractions
- des multiplications

Exemples

- les nombres : les entiers, les rationnels, les réels

L'algèbre

C'est traditionnellement l'*art* de faire des calculs
(développement, factorisation, résolution d'équations...)
mais elle se transforme et devient une réflexion sur le calcul

Définition

Un *anneau* est un ensemble sur lequel on peut faire

- des additions
- des soustractions
- des multiplications

Exemples

- les nombres : les entiers, les rationnels, les réels, les congruences

L'algèbre

C'est traditionnellement l'*art* de faire des calculs
(développement, factorisation, résolution d'équations...)
mais elle se transforme et devient une réflexion sur le calcul

Définition

Un *anneau* est un ensemble sur lequel on peut faire

- des additions
- des soustractions
- des multiplications

Exemples

- les nombres : les entiers, les rationnels, les réels, les congruences
- les fonctions

L'algèbre

C'est traditionnellement l'*art* de faire des calculs

(développement, factorisation, résolution d'équations...)

mais elle se transforme et devient une réflexion sur le calcul

Définition

Un *anneau* est un ensemble sur lequel on peut faire

- des additions
- des soustractions
- des multiplications

Exemples

- les nombres : les entiers, les rationnels, les réels, les congruences
- les fonctions : continues, dérivables...

Les contributions de Noether

Les contributions de Noether

$\frac{1908}{1919}$ La théorie des invariants

Les contributions de Noether

1908 La théorie des invariants

1919 **Applications** à la relativité

Les contributions de Noether

1908 La théorie des invariants

1919 **Applications** à la relativité

1920 La théorie des anneaux et des idéaux

1926

Les contributions de Noether

$\frac{1908}{1919}$ La théorie des invariants
Applications à la relativité

$\frac{1920}{1926}$ La théorie des anneaux et des idéaux
Applications à l'arithmétique et à la géométrie algébrique

Les contributions de Noether

1908–1919 La théorie des invariants
Applications à la relativité

1920–1926 La théorie des anneaux et des idéaux
Applications à l'arithmétique et à la géométrie algébrique

1927–1935 L'algèbre non-commutative

Les contributions de Noether

1908 – 1919 La théorie des invariants
Applications à la relativité

1920 – 1926 La théorie des anneaux et des idéaux
Applications à l'arithmétique et à la géométrie algébrique

1927 – 1935 L'algèbre non-commutative
Applications à la mécanique quantique et à la géométrie algébrique

Les contributions de Noether

1908–1919 La théorie des invariants
Applications à la relativité

1920–1926 La théorie des anneaux et des idéaux
Applications à l'arithmétique et à la géométrie algébrique

1927–1935 L'algèbre non-commutative
Applications à la mécanique quantique et à la géométrie algébrique

1925 Prémices des bases de Gröbner

Les contributions de Noether

1908–1919 La théorie des invariants
Applications à la relativité

1920–1926 La théorie des anneaux et des idéaux
Applications à l'arithmétique et à la géométrie algébrique

1927–1935 L'algèbre non-commutative
Applications à la mécanique quantique et à la géométrie algébrique

1925 Prémices des bases de Gröbner
Applications à la géométrie algébrique et à l'informatique

Les contributions de Noether

1908 La théorie des invariants
1919 **Applications** à la relativité

1920 La théorie des anneaux et des idéaux
1926 **Applications** à l'arithmétique et à la géomé

1927 L'algèbre non-commutative
1935 **Applications** à la mécanique quantique et à

1925 Prémices des bases de Gröbner
Applications à la géométrie algébrique et à

Grete Hermann
1901 – 1984

Les contributions de Noether

1908 – 1919 La théorie des invariants
Applications à la relativité

1920 – 1926 La théorie des anneaux et des idéaux
Applications à l'arithmétique et à la géométrie algébrique

1927 – 1935 L'algèbre non-commutative
Applications à la mécanique quantique et à la géométrie algébrique

1925 Prémices des bases de Gröbner
Applications à la géométrie algébrique et à l'informatique

Les contributions de Noether

1908 La théorie des invariants
1919 **Applications** à la relativité

1920 La théorie des anneaux et des idéaux
1926 **Applications** à l'arithmétique et à la géométrie algébrique

1927 L'algèbre non-commutative
1935 **Applications** à la mécanique quantique et à la géométrie algébrique

1925 Prémices des bases de Gröbner
Applications à la géométrie algébrique et à l'informatique

1926 Prémices de l'algèbre homologique

Les contributions de Noether

$\frac{1908}{1919}$ La théorie des invariants
Applications à la relativité

$\frac{1920}{1926}$ La théorie des anneaux et des idéaux
Applications à l'arithmétique et à la géométrie algébrique

$\frac{1927}{1935}$ L'algèbre non-commutative
Applications à la mécanique quantique et à la géométrie algébrique

1925 Prémices des bases de Gröbner
Applications à la géométrie algébrique et à l'informatique

1926 Prémices de l'algèbre homologique
Applications à la topologie algébrique

Les contributions de Noether

1908 – 1919 La théorie des invariants
Applications à la relativité

1920 – 1926 La théorie des anneaux et des idéaux
Applications à l'arithmétique et à la géomé

1927 – 1935 L'algèbre non-commutative
Applications à la mécanique quantique et à

1925 Prémices des bases de Gröbner
Applications à la géométrie algébrique et à

1926 Prémices de l'algèbre homologique
Applications à la topologie algébrique

Heinz Hopf
1894 – 1971

Les contributions de Noether

$\frac{1908}{1919}$ La théorie des invariants
Applications à la relativité

$\frac{1920}{1926}$ La théorie des anneaux et des idéaux
Applications à l'arithmétique et à la géométrie algébrique

$\frac{1927}{1935}$ L'algèbre non-commutative
Applications à la mécanique quantique et à la géométrie algébrique

1925 Prémices des bases de Gröbner
Applications à la géométrie algébrique et à l'informatique

1926 Prémices de l'algèbre homologique
Applications à la topologie algébrique

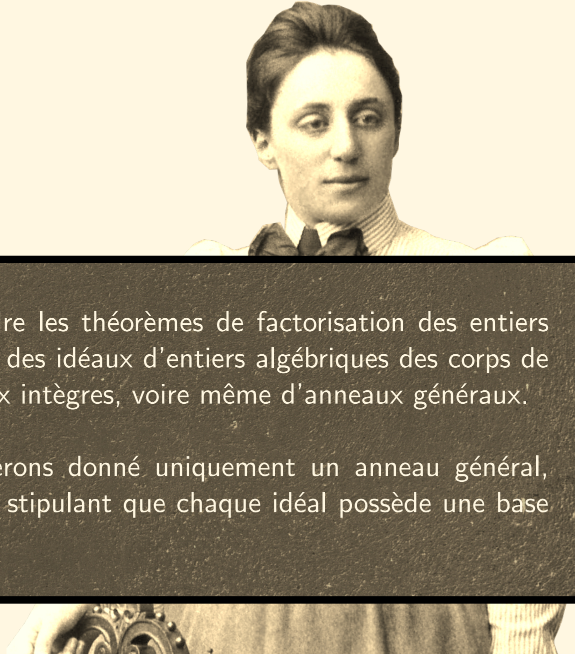
PARTIE 2

Factorisation et anneaux noethériens

PARTIE 2

Den Inhant der voliergenden Arbeit bildet die übertragung der Zerlegungssätze der ganzen rationalen Zahlen, bzw. der Ideale in algebraischen Zahlkörpern, auf Ideale in beliebigen Intergritäts, allgemeiner Ringbereichen.
[...]
Im folgendeb wird nun ein allgemeiner Ringbereich zugrunde gelegt, der nur der Endlichkeitsbedingung genügen muß, daß jedes Ideal des Bereichs eine endliche Indealbasis besitzt.

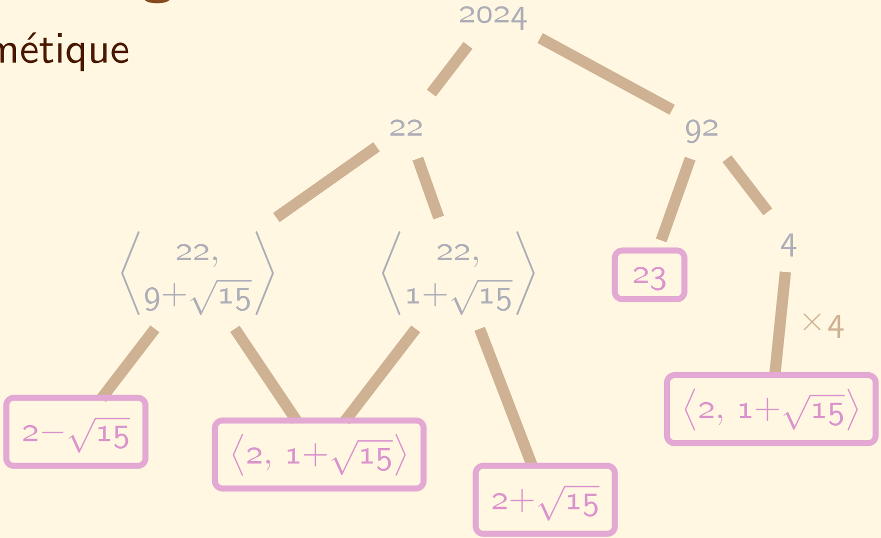
PARTIE 2



Le but de ce travail est d'étendre les théorèmes de factorisation des entiers algébriques, ou plus précisément des idéaux d'entiers algébriques des corps de nombres, aux idéaux des anneaux intègres, voire même d'anneaux généraux.
[...]
Dans ce qui suit, nous supposerons donné uniquement un anneau général, vérifiant la condition de finitude stipulant que chaque idéal possède une base finie.

Premier ingrédient

L'arithmétique



Premier ingrédient

L'arithmétique

2024

$2-\sqrt{15}$

Richard Dedekind
1831 – 1916

Ernst Kummer
1810 – 1893

Factorisation des entiers

Factorisation des entiers

Définition

Un *nombre premier* est un nombre qui n'est pas le résultat d'une multiplication de deux nombres plus petits que lui

Factorisation des entiers

Définition

Un *nombre premier* est un nombre qui n'est pas le résultat d'une multiplication de deux nombres plus petits que lui

Théorème

Tout entier s'écrit de manière unique, à l'ordre près, comme produit de nombres premiers

Factorisation des entiers

Définition

Un *nombre premier* est un nombre qui n'est pas le résultat d'une multiplication de deux nombres plus petits que lui

Théorème

Tout entier s'écrit de manière unique, à l'ordre près, comme produit de nombres premiers

2024

Factorisation des entiers

Définition

Un *nombre premier* est un nombre qui n'est pas le résultat d'une multiplication de deux nombres plus petits que lui

Théorème

Tout entier s'écrit de manière unique, à l'ordre près, comme produit de nombres premiers

$$2024 = 2 \times 1012$$

Factorisation des entiers

Définition

Un *nombre premier* est un nombre qui n'est pas le résultat d'une multiplication de deux nombres plus petits que lui

Théorème

Tout entier s'écrit de manière unique, à l'ordre près, comme produit de nombres premiers

$$\begin{aligned} 2024 &= 2 \times 1012 \\ &= 2 \times 2 \times 506 \end{aligned}$$

Factorisation des entiers

Définition

Un *nombre premier* est un nombre qui n'est pas le résultat d'une multiplication de deux nombres plus petits que lui

Théorème

Tout entier s'écrit de manière unique, à l'ordre près, comme produit de nombres premiers

$$\begin{aligned} 2024 &= 2 \times 1012 \\ &= 2 \times 2 \times 506 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 253 \end{aligned}$$

Factorisation des entiers

Définition

Un *nombre premier* est un nombre qui n'est pas le résultat d'une multiplication de deux nombres plus petits que lui

Théorème

Tout entier s'écrit de manière unique, à l'ordre près, comme produit de nombres premiers

$$\begin{aligned} 2024 &= 2 \times 1012 \\ &= 2 \times 2 \times 506 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 253 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23 \end{aligned}$$

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\textsc{pgcd}(4, 6)$?

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\textsc{pgcd}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\textsc{pgcd}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\textsc{pgcd}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\textsc{pgcd}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

donc $\textsc{pgcd}(4, 6) = 2$

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\textsc{pgcd}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

donc $\textsc{pgcd}(4, 6) = 2$

Que vaut $\textsc{pgcd}(2024, 2156)$?

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\text{PGCD}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

donc $\text{PGCD}(4, 6) = 2$

Que vaut $\text{PGCD}(2024, 2156)$?

$2024 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\text{PGCD}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

donc $\text{PGCD}(4, 6) = 2$

Que vaut $\text{PGCD}(2024, 2156)$?

$2024 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$

$2156 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 11$

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\text{PGCD}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

donc $\text{PGCD}(4, 6) = 2$

Que vaut $\text{PGCD}(2024, 2156)$?

$2024 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$

$2156 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 11$

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\text{PGCD}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

donc $\text{PGCD}(4, 6) = 2$

Que vaut $\text{PGCD}(2024, 2156)$?

$2024 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$

$2156 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 11$

donc $\text{PGCD}(2024, 2156)$
$= 2 \times 2 \times 11 = 44$

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\textsc{pgcd}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

donc $\textsc{pgcd}(4, 6) = 2$

Que vaut $\textsc{pgcd}(2024, 2156)$?

$2024 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$

$2156 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 11$

donc $\textsc{pgcd}(2024, 2156)$
$= 2 \times 2 \times 11 = 44$

Théorème (Bézout)

$\textsc{pgcd}(a, b)$ est le plus petit nombre strictement positif qui s'écrit sous la forme $au + bv$ avec u, v entiers

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\textsc{pgcd}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

donc $\textsc{pgcd}(4, 6) = 2$

Que vaut $\textsc{pgcd}(2024, 2156)$?

$2024 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$

$2156 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 11$

donc $\textsc{pgcd}(2024, 2156)$
$= 2 \times 2 \times 11 = 44$

Théorème (Bézout)

$\textsc{pgcd}(a, b)$ est le plus petit nombre strictement positif qui s'écrit sous la forme $au + bv$ avec u, v entiers

Exemples

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\textsc{pgcd}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

donc $\textsc{pgcd}(4, 6) = 2$

Que vaut $\textsc{pgcd}(2024, 2156)$?

$2024 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$

$2156 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 11$

donc $\textsc{pgcd}(2024, 2156)$

$= 2 \times 2 \times 11 = 44$

Théorème (Bézout)

$\textsc{pgcd}(a, b)$ est le plus petit nombre strictement positif qui s'écrit sous la forme $au + bv$ avec u, v entiers

Exemples

$$2 = (-1) \times 4 + 1 \times 6$$

Plus grand commun diviseur (pgcd)

Que vaut $\mathrm{PGCD}(4, 6)$?

Diviseurs de 4 : 1, 2, 4

Diviseurs de 6 : 1, 2, 3, 6

donc $\mathrm{PGCD}(4, 6) = 2$

Théorème (Bézout)

$\mathrm{PGCD}(a, b)$ est le plus petit nombre strictement positif qui s'écrit sous la forme $au + bv$ avec u, v entiers

Que vaut $\mathrm{PGCD}(2024, 2156)$?

$2024 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$

$2156 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 11$

donc $\mathrm{PGCD}(2024, 2156)$
$= 2 \times 2 \times 11 = 44$

Exemples

$$2 = (-1) \times 4 + 1 \times 6$$

$$44 = 16 \times 2024 + (-15) \times 2156$$

L'équation $x^2 + y^2 = z^2$

L'équation $x^2 + y^2 = z^2$

$y^2 = z^2 - x^2$

L'équation $x^2 + y^2 = z^2$

$y^2 = z^2 - x^2 = (z - x)(z + x)$

L'équation $x^2 + y^2 = z^2$

$y^2 = z^2 - x^2 = (z - x)(z + x)$

Théorème

Si $\textsc{pgcd}(a, b) = 1$ et ab est un carré, alors a et b sont des carrés

L’équation $x^2 + y^2 = z^2$

$y^2 = z^2 - x^2 = (z - x)(z + x)$

Théorème

Si $\textsc{pgcd}(a, b) = 1$ et ab est un carré, alors a et b sont des carrés

L’équation $x^3 + y^3 = z^3$

L'équation $x^2 + y^2 = z^2$

$y^2 = z^2 - x^2 = (z - x)(z + x)$

Théorème

Si $\textsc{pgcd}(a, b) = 1$ et ab est un carré, alors a et b sont des carrés

L'équation $x^3 + y^3 = z^3$

$z^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

L'équation $x^2 + y^2 = z^2$

$y^2 = z^2 - x^2 = (z - x)(z + x)$

Théorème

Si $\textsc{pgcd}(a, b) = 1$ et ab est un carré, alors a et b sont des carrés

L'équation $x^3 + y^3 = z^3$

$z^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = (x + y)(x + jy)(x - y - jy)$

$j^2 + j + 1 = 0$

L'équation $x^2 + y^2 = z^2$

$y^2 = z^2 - x^2 = (z - x)(z + x)$

Théorème

Si $\mathrm{PGCD}(a, b) = 1$ et ab est un carré, alors a et b sont des carrés

L'équation $x^3 + y^3 = z^3$

$z^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = (x + y)(x + jy)(x - y - jy)$

$j^2 + j + 1 = 0$

Théorème

? ? ?

L'anneau $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$

L'anneau $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$

Objectif : faire de l'arithmétique avec des nombres de la forme $a + b\sqrt{15}$

L'anneau $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$

Objectif : faire de l'arithmétique avec des nombres de la forme $a + b\sqrt{15}$

14

L'anneau $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$

Objectif : faire de l'arithmétique avec des nombres de la forme $a + b\sqrt{15}$

$$14 = 2 \times 7$$

L'anneau $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$

Objectif : faire de l'arithmétique avec des nombres de la forme $a + b\sqrt{15}$

$$\begin{aligned} 14 &= 2 \times 7 \\ &= \left(1 + \sqrt{15}\right) \times \left(-1 + \sqrt{15}\right) \end{aligned}$$

L'anneau $\mathbb{Z}[\sqrt{15}]$

Objectif : faire de l'arithmétique avec des nombres de la forme $a + b\sqrt{15}$

$$\begin{aligned} 14 &= 2 \times 7 \\ &= (1 + \sqrt{15}) \times (-1 + \sqrt{15}) \end{aligned}$$

Il devrait y avoir une décomposition raffinée commune

L'anneau $\mathbb{Z}[\sqrt{15}]$

Objectif : faire de l'arithmétique avec des nombres de la forme $a + b\sqrt{15}$

$$\begin{aligned} 14 &= 2 \times 7 \\ &= \left(1 + \sqrt{15}\right) \times \left(-1 + \sqrt{15}\right) \end{aligned}$$

Il devrait y avoir une décomposition raffinée commune
car en fait 2 et $1 + \sqrt{15}$ ne devraient pas être premiers entre eux.

L'anneau $\mathbb{Z}[\sqrt{15}]$

Objectif : faire de l'arithmétique avec des nombres de la forme $a + b\sqrt{15}$

$$\begin{aligned} 14 &= 2 \times 7 \\ &= \left(1 + \sqrt{15}\right) \times \left(-1 + \sqrt{15}\right) \end{aligned}$$

Il devrait y avoir une décomposition raffinée commune
car en fait 2 et $1 + \sqrt{15}$ ne devraient pas être premiers entre eux.
En effet, si c'était le cas, ils mettraient en défaut le théorème de Bézout.

L'anneau $\mathbb{Z}[\sqrt{15}]$

Objectif : faire de l'arithmétique avec des nombres de la forme $a + b\sqrt{15}$

$$\begin{aligned} 14 &= 2 \times 7 \\ &= \left(1+\sqrt{15}\right) \times \left(-1+\sqrt{15}\right) \end{aligned}$$

Il devrait y avoir une décomposition raffinée commune
car en fait 2 et $1+\sqrt{15}$ ne devraient pas être premiers entre eux.
En effet, si c'était le cas, ils mettraient en défaut le théorème de Bézout.

Kummer introduit un nouveau nombre, qu'il appelle *nombre idéal*,
qui joue ce rôle de PGCD manquant. **Il est noté** $\left\langle 2, 1+\sqrt{15}\right\rangle$.

L'anneau $\mathbb{Z}[\sqrt{15}]$

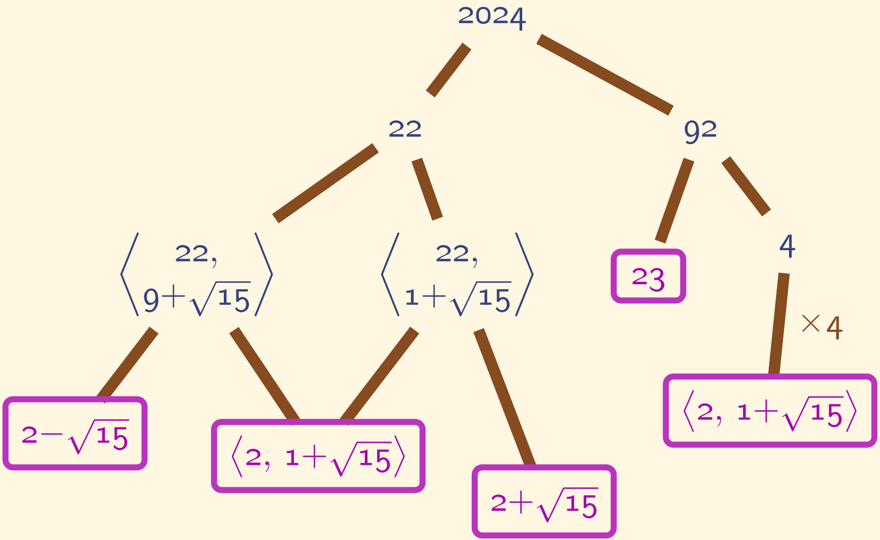
Objectif : faire de l'arithmétique avec des nombres de la forme $a + b\sqrt{15}$

$$\begin{aligned} 14 &= 2 \times 7 \\ &= \left(1 + \sqrt{15}\right) \times \left(-1 + \sqrt{15}\right) \end{aligned}$$

Il devrait y avoir une décomposition raffinée commune
car en fait 2 et $1 + \sqrt{15}$ ne devraient pas être premiers entre eux.
En effet, si c'était le cas, ils mettraient en défaut le théorème de Bézout.

Kummer introduit un nouveau nombre, qu'il appelle *nombre idéal*,
qui joue ce rôle de PGCD manquant. **Il est noté** $\langle 2, 1 + \sqrt{15}\rangle$.

$$\langle 2, 1 + \sqrt{15}\rangle = \left\{2u + \left(1 + \sqrt{15}\right)v\right\}$$



2024
22
92
⟨22, 9+√15⟩
⟨22, 1+√15⟩
23
4
×4
2−√15
⟨2, 1+√15⟩
2+√15
⟨2, 1+√15⟩

Deuxième ingrédient

La géométrie algébrique

$$x^6y - x^4y^3 - x^2y^5 + y^7 - 8x^6 + 36x^4y^2 + 8x^2y^4 - 36y^6 - 355x^4y + 230x^2y^3 + 485y^5 + 1048x^4 - 3800x^2y^2 - 2648y^4 + 20355x^2y - 645y^3 - 37400x^2 + 72500y^2 - 302625y + 405000$$

$$x^2y + y^3 - 8x^2 - 8y^2 - 25y + 200$$

$$x^2 - y^2 + 10y - 25$$

$$x^2 - y^2 + 18y - 81$$

$$x^2 + y^2 - 25$$

$$y - 8$$

$$x + y - 5$$

$$x - y + 5$$

$$x + y - 9$$

$$x - y + 9$$

Deuxième ingrédient

La géométrie algébrique

$x^2y + y^3 - 8x^2 -$

$8y^2 - 25y + 200$

$x^2 + y^2 - 25$

$y - 8$

Max Noether
1844 – 1921

David Hilbert
1862 – 1943

Les polynômes

Les polynômes

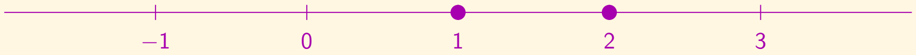
$x^2 - 3x + 2$

Les polynômes

$x^2 - 3x + 2$

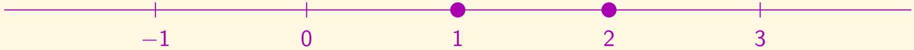
Les polynômes

$x^2 - 3x + 2$



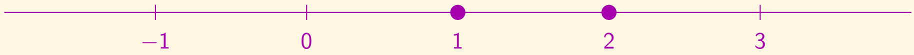
Les polynômes

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$$



Les polynômes

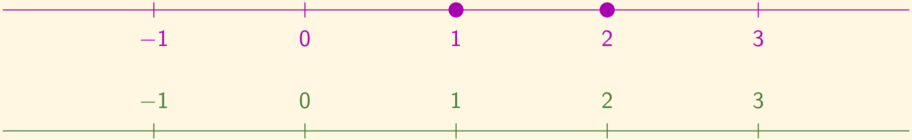
$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$



$x^3 - 3x^2 - x + 3$

Les polynômes

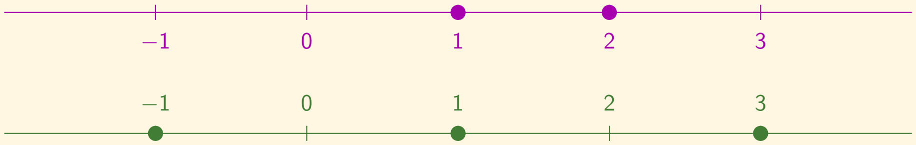
$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$$



$$x^3 - 3x^2 - x + 3$$

Les polynômes

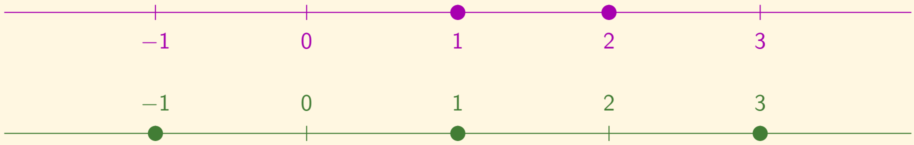
$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$$



$$x^3 - 3x^2 - x + 3$$

Les polynômes

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$$



$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = (x+1)(x-1)(x-3)$$

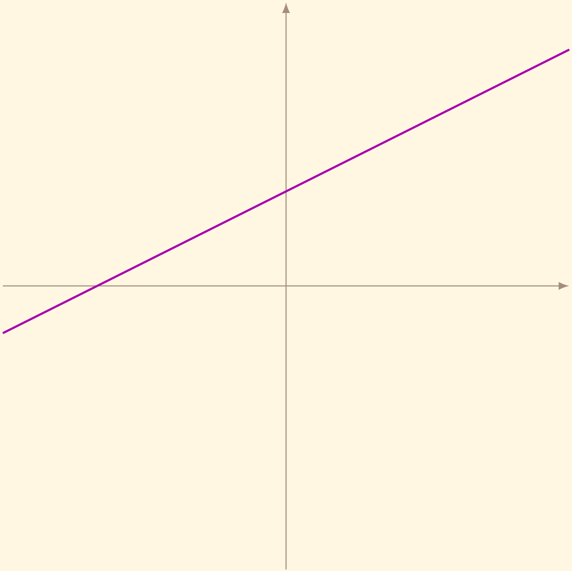
Les polynômes

Les polynômes

$x - 2y + 1$

Les polynômes

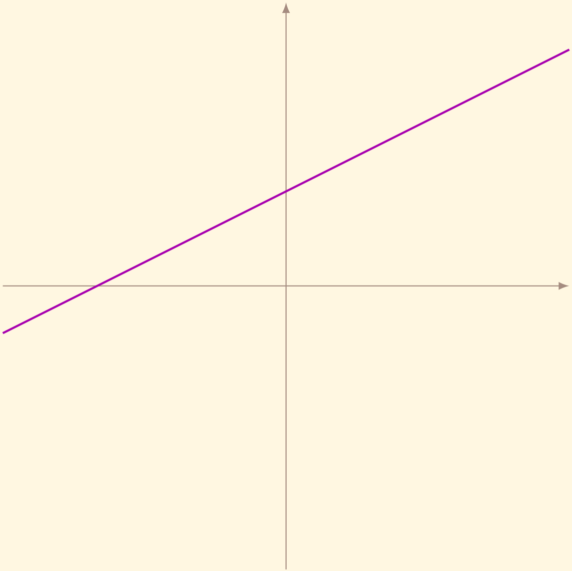
$x - 2y + 1$



Les polynômes

$x - 2y + 1$

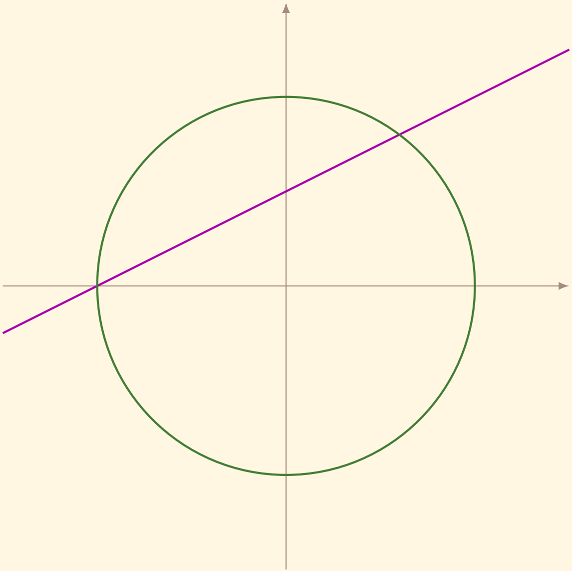
$x^2 + y^2 - 1$



Les polynômes

$x - 2y + 1$

$x^2 + y^2 - 1$

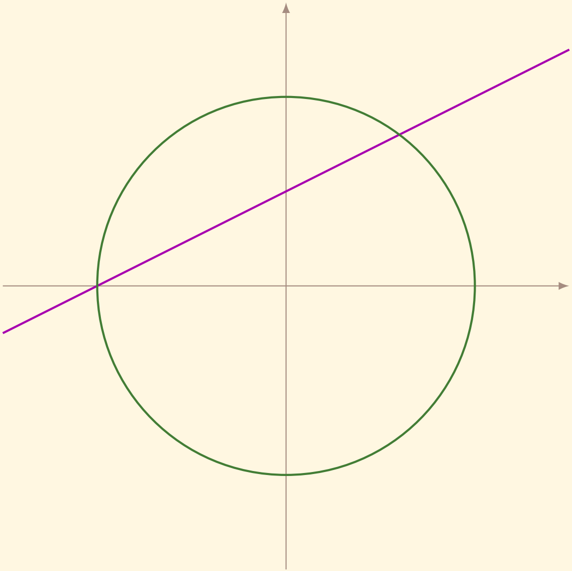


Les polynômes

$x - 2y + 1$

$x^2 + y^2 - 1$

$$x^3 - 2x^2y - xy^2 + 2y^3$$
$$+ x^2 - y^2 - x + 2y - 1$$

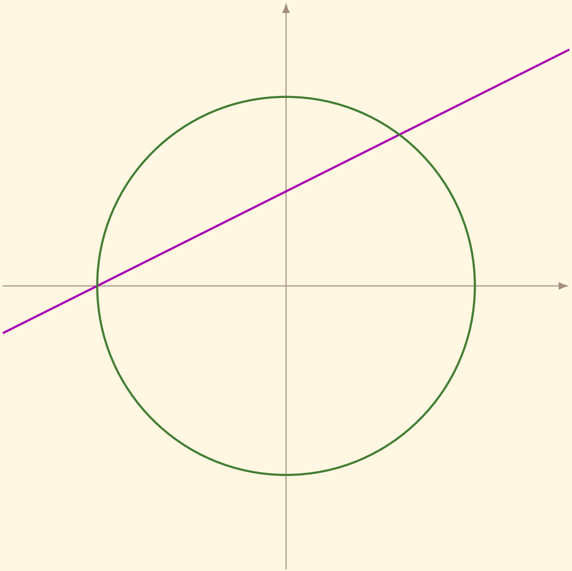


Les polynômes

$x - 2y + 1$

$x^2 + y^2 - 1$

$$\begin{aligned} &x^3 - 2x^2y - xy^2 + 2y^3 \\ &\quad + x^2 - y^2 - x + 2y - 1 \\ = &(x - 2y + 1)(x^2 + y^2 - 1) \end{aligned}$$



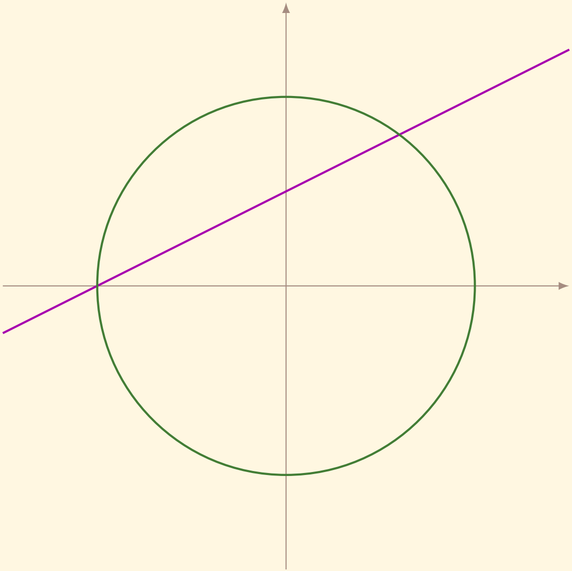
Les polynômes

$$x - 2y + 1$$

$$x^2 + y^2 - 1$$

$$\begin{aligned} & x^3 - 2x^2y - xy^2 + 2y^3 \\ & \quad + x^2 - y^2 - x + 2y - 1 \\ = {} & (x - 2y + 1)(x^2 + y^2 - 1) \end{aligned}$$

$$\left\langle \begin{array}{c} x - 2y + 1 \\ x^2 + y^2 - 1 \end{array} \right\rangle$$



$$x^6y - x^4y^3 - x^2y^5 + y^7 - 8x^6 + 36x^4y^2 +$$
$$8x^2y^4 - 36y^6 - 355x^4y + 230x^2y^3 + 485y^5 +$$
$$1048x^4 - 3800x^2y^2 - 2648y^4 + 20355x^2y -$$
$$645y^3 - 37400x^2 + 72500y^2 - 302625y + 405000$$

$$x^2y + y^3 - 8x^2 -$$
$$8y^2 - 25y + 200$$

$$x^2 - y^2 + 10y - 25$$

$$x^2 - y^2 + 18y - 81$$

$$x^2 + y^2 - 25$$

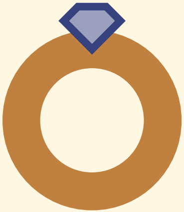
$$y - 8$$

$$x + y - 5$$

$$x - y + 5$$

$$x + y - 9$$

$$x - y + 9$$



$$x^6y - x^4y^3 - x^2y^5 + y^7 - 8x^6 + 36x^4y^2 + 8x^2y^4 - 36y^6 - 355x^4y + 230x^2y^3 + 485y^5 + 1048x^4 - 3800x^2y^2 - 2648y^4 + 20355x^2y - 645y^3 - 37400x^2 + 72500y^2 - 302625y + 405000$$

$$x^2y + y^3 - 8x^2 - 8y^2 - 25y + 200$$

$$x^2 - y^2 + 10y - 25$$

$$x^2 - y^2 + 18y - 81$$

$$x^2 + y^2 - 25$$

$$y - 8$$

$$x + y - 5$$

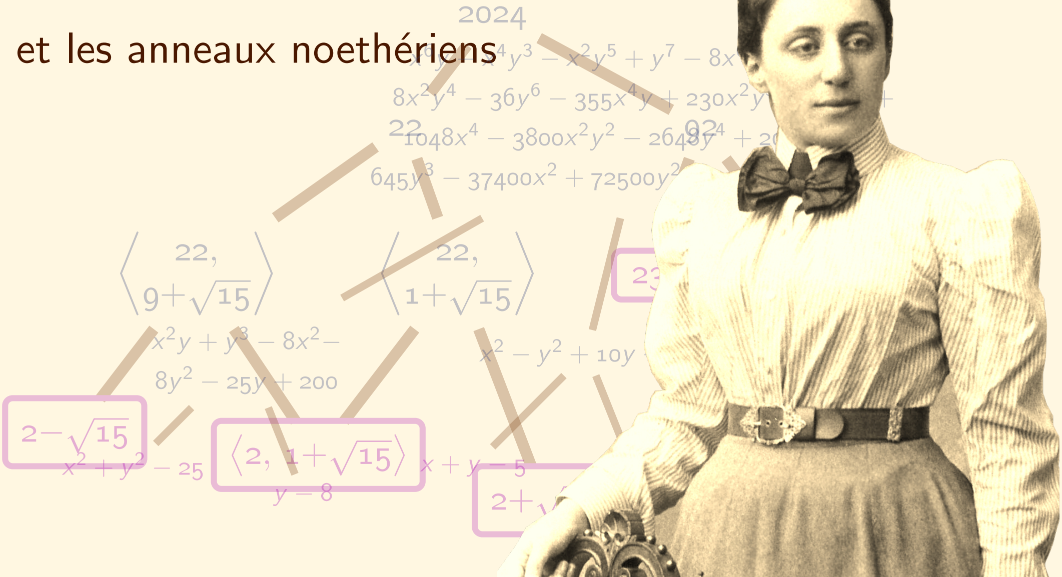
$$x - y + 5$$

$$x + y - 9$$

$$x - y + 9$$

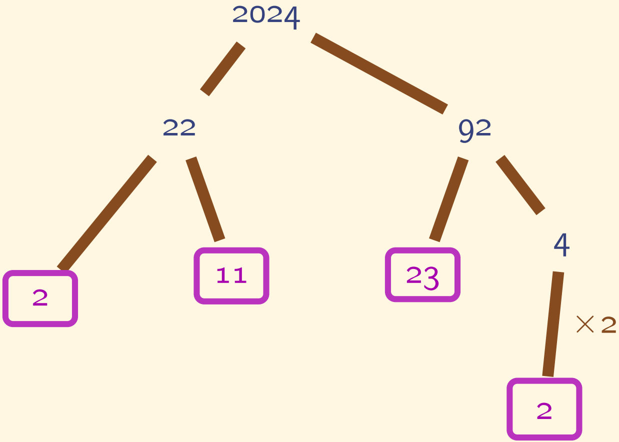
Le travail de Noether

et les anneaux noethériens



Le principe de récurrence revisité

Le principe de récurrence revisité



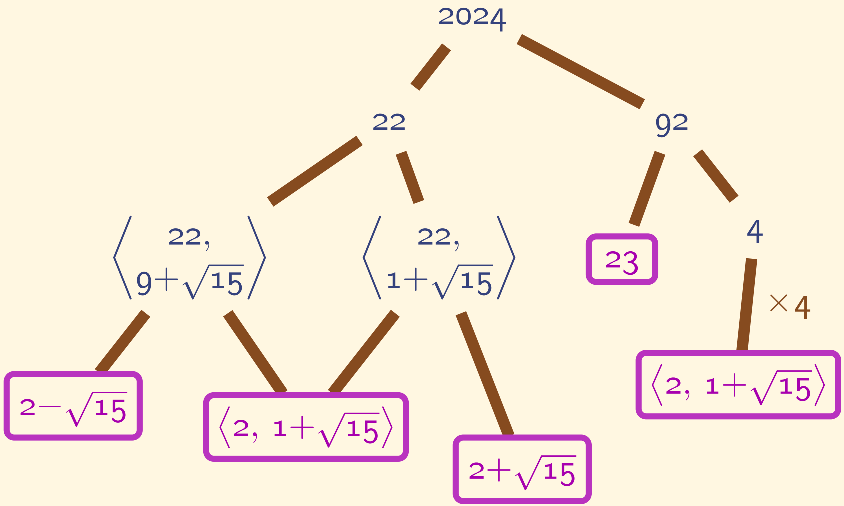
Le principe de récurrence revisité

$$x^6y - x^4y^3 - x^2y^5 + y^7 - 8x^6 + 36x^4y^2 + 8x^2y^4 - 36y^6 - 355x^4y + 230x^2y^3 + 485y^5 + 1048x^4 - 3800x^2y^2 - 2648y^4 + 20355x^2y - 645y^3 - 37400x^2 + 72500y^2 - 302625y + 405000$$

$$x^2y + y^3 - 8x^2 - 8y^2 - 25y + 200 \qquad x^2 - y^2 + 10y - 25 \qquad x^2 - y^2 + 18y - 81$$

$$x^2 + y^2 - 25 \qquad y - 8 \qquad x + y - 5 \qquad x - y + 5 \qquad x + y - 9 \qquad x - y + 9$$

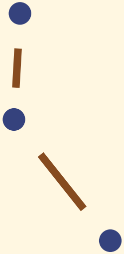
Le principe de récurrence revisité



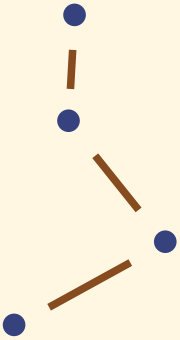
Le principe de récurrence revisité

Le principe de récurrence revisité

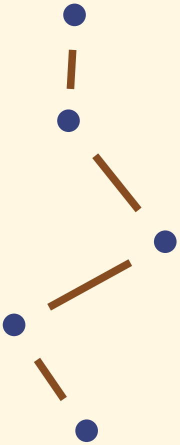
Le principe de récurrence revisité



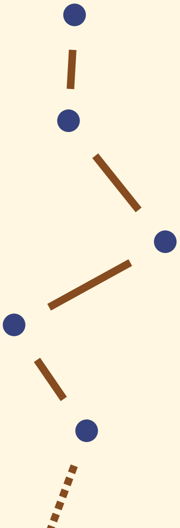
Le principe de récurrence revisité



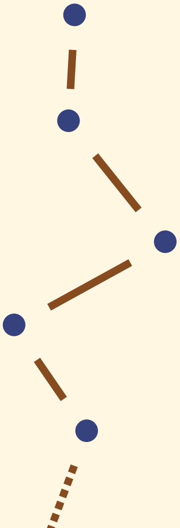
Le principe de récurrence revisité



Le principe de récurrence revisité



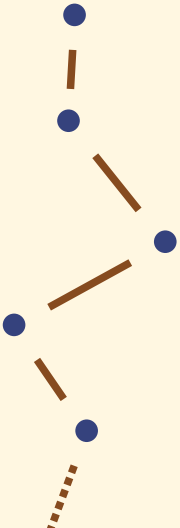
Le principe de récurrence revisité



Condition de Noether
(ou condition de chaîne)

Il n'existe pas de suite infinie d'élements idéaux dont chacun divise (strictement) le suivant

Le principe de récurrence revisité



Condition de Noether
(ou condition de chaîne)

Il n'existe pas de suite infinie d'élements idéaux dont chacun divise (strictement) le suivant

Ou encore

$\langle a_1, a_2, a_3, \ldots \rangle = \langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle$

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- ➢ les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- ➢ les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$
- les congruences : $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$
- les congruences : $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$
- les entiers p-adiques : $\mathbb{Z}_p$

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$
- les congruences : $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$
- les entiers p-adiques : $\mathbb{Z}_p$

Les anneaux de fonctions

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$
- les congruences : $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$
- les entiers p-adiques : $\mathbb{Z}_p$

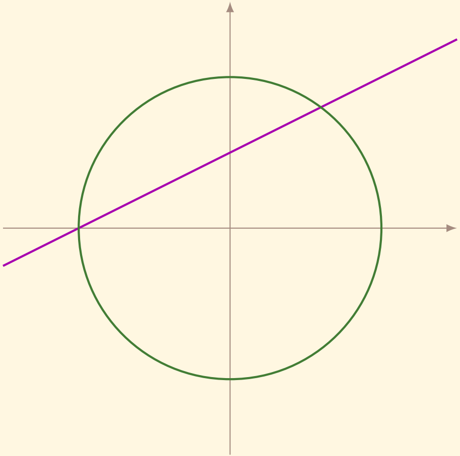
Les anneaux de fonctions

- les polynômes : $\mathbb{R}[x, y, z, \ldots]$

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$
- les congruences : $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$
- les entiers p-adiques : $\mathbb{Z}_p$



Les anneaux de fonctions

- les polynômes : $\mathbb{R}[x, y, z, \ldots]$

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$
- les congruences : $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$
- les entiers p-adiques : $\mathbb{Z}_p$

Les anneaux de fonctions

- les polynômes : $\mathbb{R}[x, y, z, \ldots]$
- les séries : $\mathbb{R}[[x, y, z, \ldots]]$

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$
- les congruences : $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$
- les entiers p-adiques : $\mathbb{Z}_p$

Les anneaux de fonctions

- les polynômes : $\mathbb{R}[x, y, z, \ldots]$
- les séries : $\mathbb{R}[[x, y, z, \ldots]]$
- les fonctions algébriques, *e.g.* $\sqrt{x}$

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$
- les congruences : $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$
- les entiers *p*-adiques : $\mathbb{Z}_p$

Les anneaux de fonctions

- les polynômes : $\mathbb{R}[x, y, z, \ldots]$
- les séries : $\mathbb{R}[[x, y, z, \ldots]]$
- les fonctions algébriques, *e.g.* $\sqrt{x}$
- les fonctions sur un espace géométrique

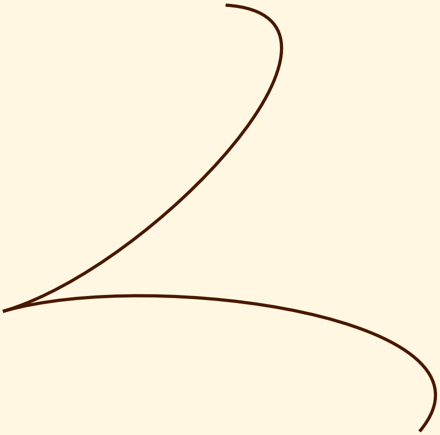
Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$
- les congruences : $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$
- les entiers p-adiques : $\mathbb{Z}_p$

Les anneaux de fonctions

- les polynômes : $\mathbb{R}[x, y, z, \ldots]$
- les séries : $\mathbb{R}[[x, y, z, \ldots]]$
- les fonctions algébriques, *e.g.* $\sqrt{x}$
- les fonctions sur un espace géométrique

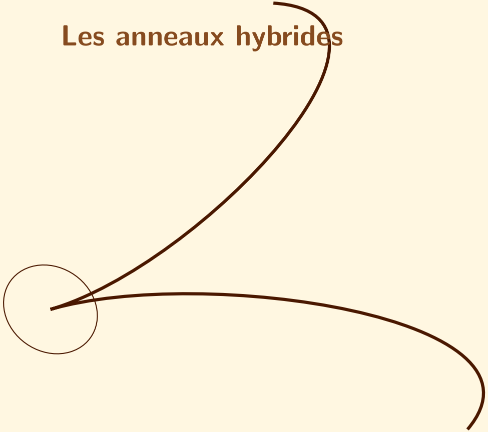


Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$
- les congruences : $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$
- les entiers p-adiques : $\mathbb{Z}_p$

Les anneaux hybrides



Les anneaux de fonctions

- les polynômes : $\mathbb{R}[x, y, z, \ldots]$
- les séries : $\mathbb{R}[[x, y, z, \ldots]]$
- les fonctions algébriques, *e.g.* $\sqrt{x}$
- les fonctions sur un espace géométrique

Il y a beaucoup d'anneaux noethériens (intéressants)

Les anneaux de nombres

- les entiers usuels : $\mathbb{Z}$
- les entiers algébriques : $\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right]$
- les congruences : $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$
- les entiers p-adiques : $\mathbb{Z}_p$

Les anneaux hybrides

$\mathbb{Z}\left[\sqrt{15}\right][x, y, z, \ldots]$

Les anneaux de fonctions

- les polynômes : $\mathbb{R}[x, y, z, \ldots]$
- les séries : $\mathbb{R}[[x, y, z, \ldots]]$
- les fonctions algébriques, *e.g.* $\sqrt{x}$
- les fonctions sur un espace géométrique

PARTIE 3

L'héritage de Noether

Sur arXiv...

Sur arXiv...

Showing 1–34 of 34 results

Search v0.5.6 released 2020-02-24 Feedback?

Query: order: -announced_date_first; size: 50; hide_abstracts: True; date_range: from 2023-03-01 to 2024-03-06; include_cross_list: True; terms: AND title=noetherian

Simple Search

Refine query New search

50 results per page. Sort results by Announcement date (newest first) Go

1. arXiv:2402.13633 [pdf, ps, other] math.RA

   Rings whose subrings are all Noetherian or Artinian

   Authors: Nathan Blacher

   Submitted 21 February, 2024; **originally announced** February 2024.

   Comments: 9 pages

2. arXiv:2401.02946 [pdf, ps, other] math.NT math.RA

   On Non-Noetherian Iwasawa Theory

   Authors: David Burns, Alexandre Daoud, Dingli Liang

   Submitted 5 January, 2024; **originally announced** January 2024.

   Comments: 20 pages

   MSC Class: 11R20; 11R23; 11R29; 11R34; 11R58; 11R60; 11R65; 11T30; 13F05; 19F27;

3. arXiv:2401.01378 [pdf, ps, other] math.RA

   On central characteristic ideals and quasi-Noetherian Leibniz algebras

   Authors: Narcisse G. Bell Bogmis, Calvin Tcheka, Guy R. Biyogmam

   Submitted 31 December, 2023; **originally announced** January 2024.

Sur arXiv...

Showing 1–50 of 295 results

Search v0.5.6 released 2020-02-24 Feedback?

Query: order: -announced_date_first; size: 50; hide_abstracts: True; date_range: from 2023-03-01 to 2024-03-06; include_cross_list: True; terms: AND abstract=noetherian

Simple Search

Refine query New search

50 results per page. Sort results by Announcement date (newest first) Go

1 2 3 4 5 6 Next

1. arXiv:2403.02493 [pdf, ps, other] math.AC

The class of Gorenstein injective modules is covering if and only if it is closed under direct limits

Authors: Alina Iacob

Submitted 4 March, 2024; **originally announced** March 2024.

Comments: arXiv admin note: text overlap with arXiv:1512.05999 by other authors

2. arXiv:2403.02219 [pdf, ps, other] math.AG math.AC

On the integrality of étale extensions of polynomial rings

Authors: Lázaro O. Rodríguez Díaz

Submitted 4 March, 2024; **originally announced** March 2024.

Comments: 7 pages

3. arXiv:2402.18693 [pdf, ps, other] math.AC