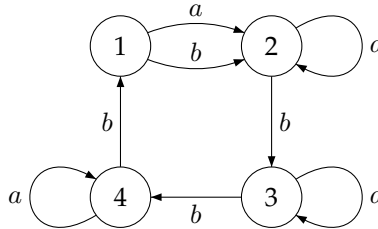


Recette aux tomates (ou la conjecture de Černý)

J. Bettinelli

Dans cet exposé, on présentera les articles de survol [Tra06, Vol08] autour de la conjecture de Černý, qui est la suivante. Un automate déterministe fini sur l'alphabet $\{a, b\}$ peut être défini comme un graphe dirigé fini dont les arêtes (dirigées) sont étiquetées a ou b et sont telles que de chaque sommet émane exactement deux arêtes, l'une d'étiquette a , l'autre d'étiquette b . Voici un exemple à 4 sommets.



La lecture d'un mot sur l'alphabet $\{a, b\}$ permet de se déplacer sur les sommets. Par exemple, la lecture de $abba$ à partir du sommet 1 amène au sommet 4 sur l'exemple ci-dessus. Un *mot synchronisant* (*synchronizing word* ou *reset word*) est un mot qui amène au même sommet à partir de n'importe quel sommet de départ. Sur l'exemple ci-dessus, ab^3ab^3a est synchronisant : tous les sommets mènent au sommet 2. En fait, on peut vérifier que c'est un mot synchronisant de longueur (nombre de lettres) minimale.

La conjecture de Černý dit que tout automate à n sommets qui admet un mot synchronisant admet un mot synchronisant de longueur inférieure ou égale à $(n - 1)^2$. Černý a montré que cette borne était optimale : elle est atteinte pour une généralisation simple de l'exemple ci-dessus.

Références

- [Tra06] A. N. Trahtman. Notable trends concerning the synchronization of graphs and automata. In *CTW2006—Cologne-Twente Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization*, volume 25 of *Electron. Notes Discrete Math.*, pages 173–175. Elsevier Sci. B. V., Amsterdam, 2006.
- [Vol08] Mikhail V. Volkov. Synchronizing automata and the Černý conjecture. In *Language and automata theory and applications*, volume 5196 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 11–27. Springer, Berlin, 2008.