

LA LONGUE VIE
DES MATHÉMATIQUES
(ET DE LEURS TEXTES)



CATHERINE GOLDSTEIN
(CNRS, INSTITUT DE MATHÉMATIQUES DE JUSSIEU-PARIS-RIVE-GAUCHE,
SORBONNE UNIVERSITÉ ET UNIVERSITÉ PARIS CITÉ)
CATHERINE.GOLDSTEIN@IMJ-PRG.FR

Quelques fils professionnels

- Projets de recherche : histoire de la communication scientifique, avec S. Fayet-Scribe (*Solaris : Information et communication, ...*), histoire collective des publications, *Revue de la BNF, ...*
- Conseils de bibliothèques de mathématiques (MIR, Etudes sur les sciences, etc.)
- Jubilothèque (= > SorbonNum) : comité de numérisation (thèses de maths avant 1914, choix d'ouvrages de mathématiques, rédaction de notices, etc) ; comité de réflexion CNRS/SMF sur la numérisation en maths ; participation à la traduction/ré-indexation lors de la mise en ligne du *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik ...*
- Evénements liés à des bibliothèques ou archives : exposition Hadamard, inauguration bibliothèque de maths de l'université de Rennes, hommage à Delannoy à la médiathèque de Guéret,...

Quelques obsessions en recherche

- ❖ La longue vie des mathématiques
- ❖ La vie sociale et matérielle des textes
- ❖ Des mathématiques, des textes et des personnes :
traces et liens

UNE LONGUE HISTOIRE DES BIBLIOTHEQUES DE MATHÉMATIQUES (ET DES RELATIONS ENTRE BIBLIOTHÉCAIRES ET LECTEURS)



REVUE SCIENTIFIQUE

(REVUE ROSE)

Directeur-Administrateur :
FÉLIX DUMOULIN

Directeur de la Rédaction :
D^r TOULOUSE

NUMÉRO 1

5^e SÉRIE — TOME IV

1^{er} JUILLET 1905

ENQUÊTE

La place de la Science dans les Bibliothèques françaises

Les progrès constants de la science, qui s'enrichit d'une littérature de plus en plus complexe, exigent des efforts sans cesse croissants pour se mettre et pour rester au courant, dans quelque branche que l'on se spécialise, à la fois des travaux qui vous intéressent de façon toute particulière et de ceux qui impriment à la science, une orientation générale.

Le problème pour le savant est double. Il faut d'abord qu'il sache quels travaux se publient, où et

cherché sans connaître au préalable ce qui s'est fait à l'étranger, comme en son propre pays, dans la voie que l'on aspire à continuer. Autrement on s'expose à refaire ce qui a déjà été fait, à inventer à nouveau ce que l'on a déjà découvert, c'est-à-dire à dépenser en pure perte un temps précieux consacré à un travail qui aurait pu être fécond, une somme d'énergie intellectuelle qui, mieux employée, aurait pu constituer un levier capable pour sa part de soulever les fardeaux de plus en plus lourds, qu'il nous faut faire gravir sur les pentes du progrès. La question, disons-nous, est importante; nous devons ajouter que la situation n'est pas sans gravité, car le mouvement ascensionnel de la science n'a pas été suivi, tant s'en faut, pas un mouvement parallèle

De quoi se compose une bibliothèque? On est tenté de répondre: il suffit d'un local, de livres et d'un personnel de bibliothécaires, pour qu'elle soit parfaite « en soi », suivant le vieux vocable du concept métaphysique. Mais du point de vue social, une bibliothèque ne peut nous paraître vivante et par conséquent réelle, ne peut remplir de fonction et réaliser sa raison d'être, sans des lecteurs pour consulter ses livres.

Et voici alors comment la situation se présente: entre le lecteur et le livre, il y a le bibliothécaire, et le bibliothécaire est plutôt l'ami du livre que du lecteur. Le lecteur, c'est généralement l'inconnu, qui passe, qui prend momentanément possession du livre, qui le maltraite au besoin et le détériore. Le lecteur et les insectes bibliophages sont les grands ennemis du livre, de son intégrité et de l'ami du livre, de celui qui le protège jalousement, du bibliothécaire. [...] Les poètes paraissent aux gouvernements avoir des aptitudes toutes particulières à conserver les bibliothèques, dont ils aiment le silence et la poussière, qui leur permettent d'évoquer l'âme des choses, quand ils ne sont pas gênés par le bruit importun de quelque lecteur.

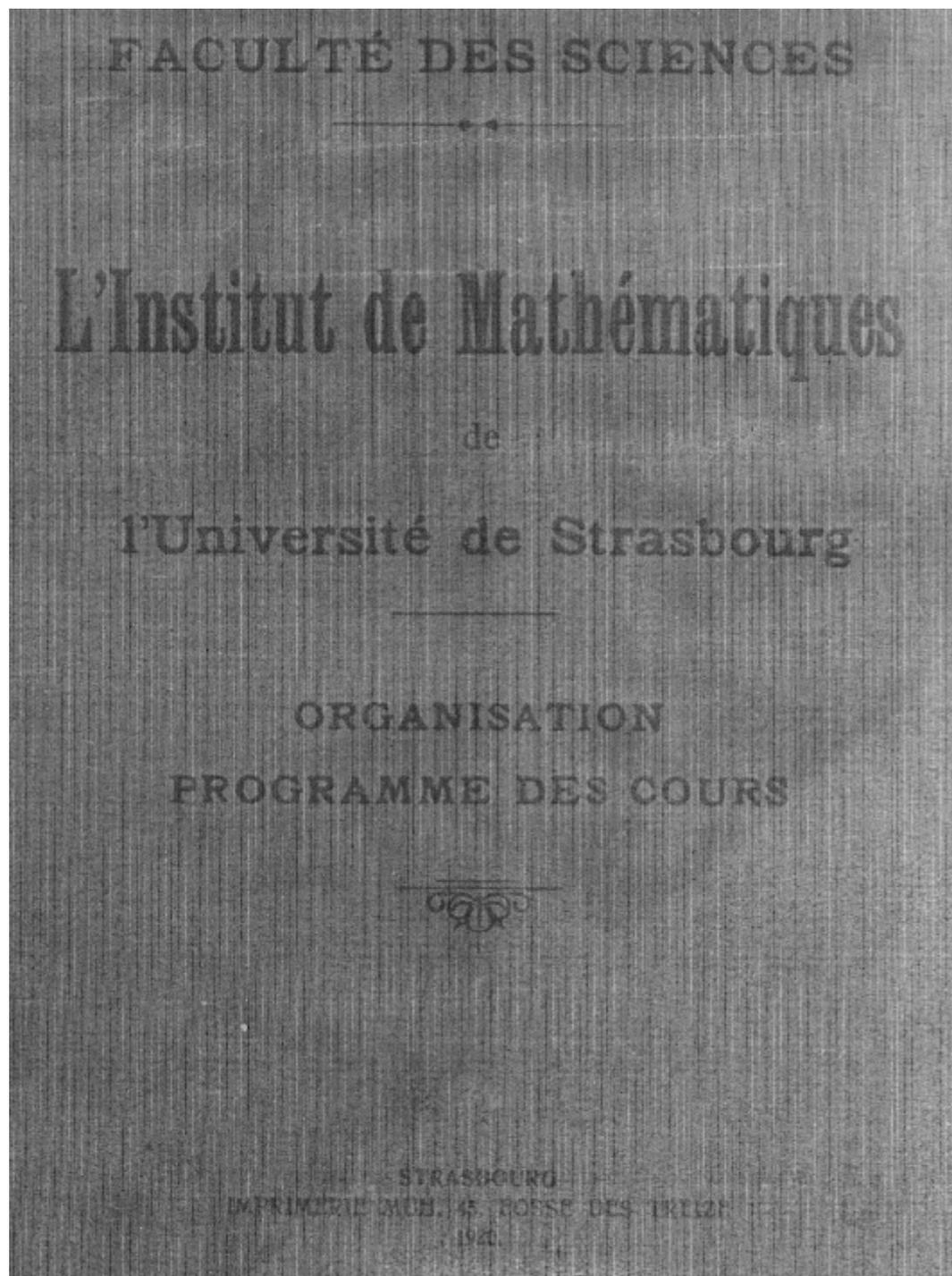
Enquête : La place de la Science dans les Bibliothèques françaises, *Revue scientifique*, 5e ser., IV, 1905



Emile Chatelain,
conservateur à la bibliothèque
de l'Université,
site NuBIS Cliché Bibliothèque de la
Sorbonne

[Les bibliothécaires] connaissent les bibliographies scientifiques et cataloguent avec le même soin les livres relatifs à toutes les disciplines; ils tiennent en ordre les registres permettant de vérifier si les livraisons des ouvrages et des périodiques arrivent exactement, ils contrôlent les demandes d'acquisition, font des recherches sur des livres imaginaires demandés par des ignorants, complètent les renseignements bibliographiques nécessaires pour commander une brochure ou un programme.

Réponse de M. Chatelain, bibliothécaire de la Sorbonne, à l'enquête : La place de la Science dans les Bibliothèques françaises, *Revue scientifique*, 5e ser., IV, 1905



IV. *Organisation matérielle.*

L'Institut de mathématiques dispose, en outre des salles de cours, d'une salle de travail-bibliothèque, et d'une salle de travaux pratiques. L'éclairage électrique y a été substitué dès 1920 à l'éclairage par le gaz.

Pour suppléer aux armoires-bibliothèques devenues insuffisantes, une galerie à mi-hauteur avec rayonnages a été installée la même année dans la salle de travail. Le fonds de la bibliothèque a été augmenté en même temps de 287 ouvrages divers dont 80 thèses envoyées par la Faculté des Sciences de Paris. Les quelques instruments figurant dans les collections voient leur nombre s'augmenter régulièrement par l'achat d'intégraphes, curvimètres, machines à calculer, etc... en vue de la constitution d'un bureau de calcul et aussi pour la pratique des calculs numériques rapides.

Une collection nombreuse de modèles en plâtre est utilisée à l'enseignement de la géométrie projective et de la géométrie supérieure.

La salle de travail, chauffée en hiver, est ouverte aux étudiants toute la journée; ils peuvent y travailler et consulter sur place tous les ouvrages d'enseignement correspondant aux cours fondamentaux. Le prêt à domicile des autres ouvrages et des périodiques se fait chaque jour à heures fixes, par les soins d'un assistant-bibliothécaire. Pour faciliter les recherches, un catalogue par matières a été entrepris.

Cette organisation offre les plus grandes facilités aux étudiants, aux candidats au diplôme et au doctorat, et d'une façon générale à tous les chercheurs.

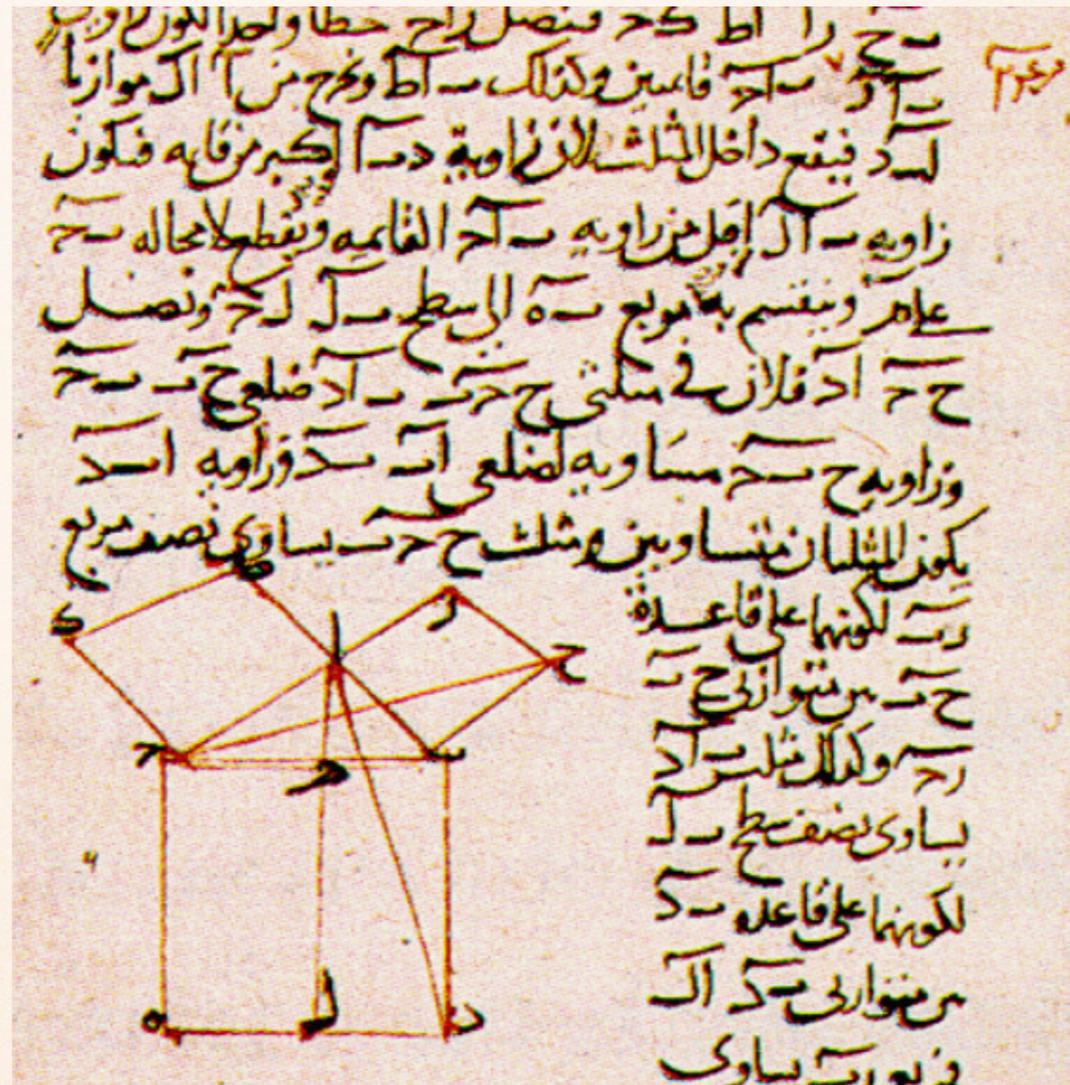
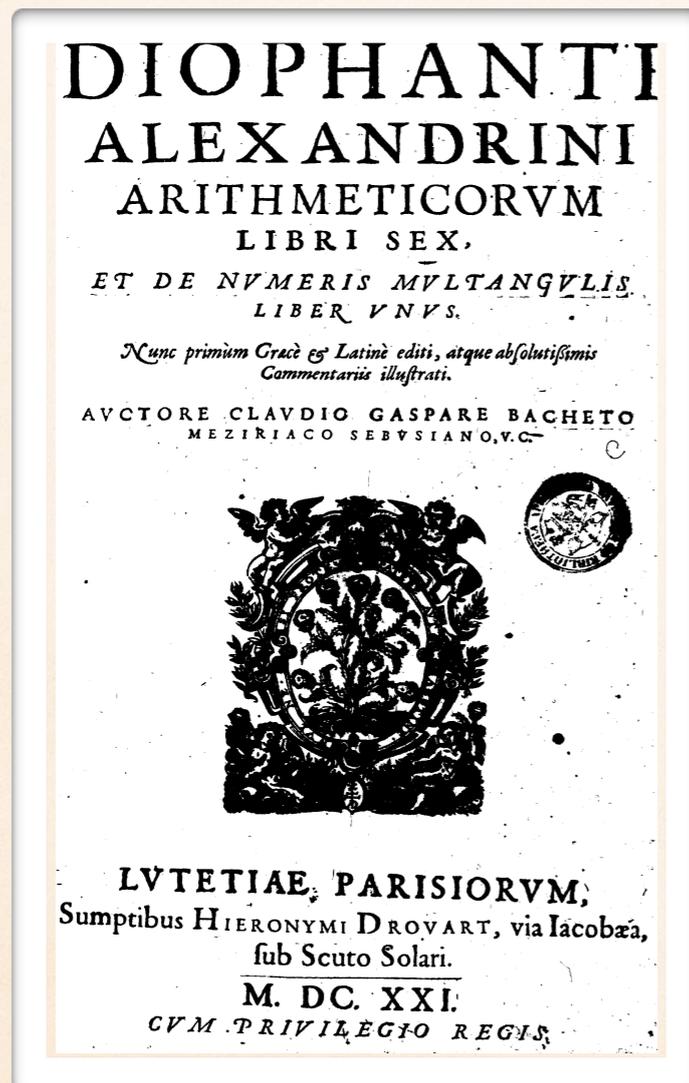
La bibliothèque de mathématiques de l'université de Strasbourg en 1920,
(extrait d'un exposé de N. Schappacher, Fête de la science 2010)

La bibliothèque est le laboratoire du mathématicien. Le terme a souvent été utilisé, mais il a le mérite de mettre en évidence l'importance primordiale de l'outil que le Centre national de la recherche scientifique (CNRS) place d'ailleurs sur le même plan que les gros équipements de la physique. Le terme souligne également la spécificité des mathématiques qui se définissent par leur objet, symbolique et non physique. Le champ expérimental du mathématicien est donc constitué en intégralité par les fonds bibliographiques mis à sa disposition. Le mathématicien travaille dans l'abstraction : l'idée est l'objet de son travail, mais il peut y avoir un lien avec des applications, dans quelque domaine que ce soit.

[...] En mathématiques, une idée enfouie depuis des dizaines d'années peut tout à coup resurgir et se trouver au premier plan de l'actualité.

Odile Vigeannel-Larive, La bibliothèque, laboratoire du mathématicien, *Bulletin des bibliothèques de France*, 2002-6

UNE LONGUE HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES



DISQUISITIONES
ARITHMETICAE

AUCTORE

D. CAROLO FRIDERICO GAUSS

GAUSS-BIBLIOTHEK.

LIPSIÆ

IN COMMISSIS APVD GERH. FLEISCHER, JUN.

1801.



Carl Friedrich Gauss (1777-1855)
portrait par J.C.A. Schwartz, 1803

DISQUISITIONES

ARITHMETICAE

AUCTORE

D. CAROLO FRIDERICO GAUSS

GAUSS-BIBLIOTHEK.

LIPSIÆ

IN COMMISSIS APVD GERH. FLEISCHER, JUN.

1801.



Il ne peut y avoir aucun doute sur l'importance des *Disquisitiones Arithmeticae de Gauss* pour le développement des mathématiques. C'est un ouvrage qui a en mathématiques à peu près la même position que la *Critique de la raison pure* de Kant en philosophie.

Carl Itzigsohn à Julius Springer, 23 mars 1885

Carl Friedrich Gauss'

Untersuchungen über höhere Arithmetik.

(Disquisitiones arithmeticae. Theorematis arithmetici demonstratio nova. Summatio quarundam serierum singularium. Theorematis fundamentalis in doctrina de residuis quadraticis demonstrationes et ampliaciones novae. Theoria residuorum biquadraticorum, commentatio prima et secunda. Etc.)

Deutsch herausgegeben

von

H. Maser.



Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1889.

Il ne peut y avoir aucun doute sur l'importance des *Disquisitiones Arithmeticae de Gauss* pour le développement des mathématiques. C'est un ouvrage qui a en mathématiques à peu près la même position que la *Critique de la raison pure* de Kant en philosophie.

Carl Itzigsohn à Julius Springer, 23 mars 1885

REC
ARIT

Carl Friedrich Gauss'

höhere Arithmetik.

CARL FRIEDRICH GAUSS

...orematis arithmetici demonstratio
...ngularium. Theorematis
...adraticis demonstrationes
...m,

Carl Friedrich G
Disquisitiones Arith

traducció i pròleg de

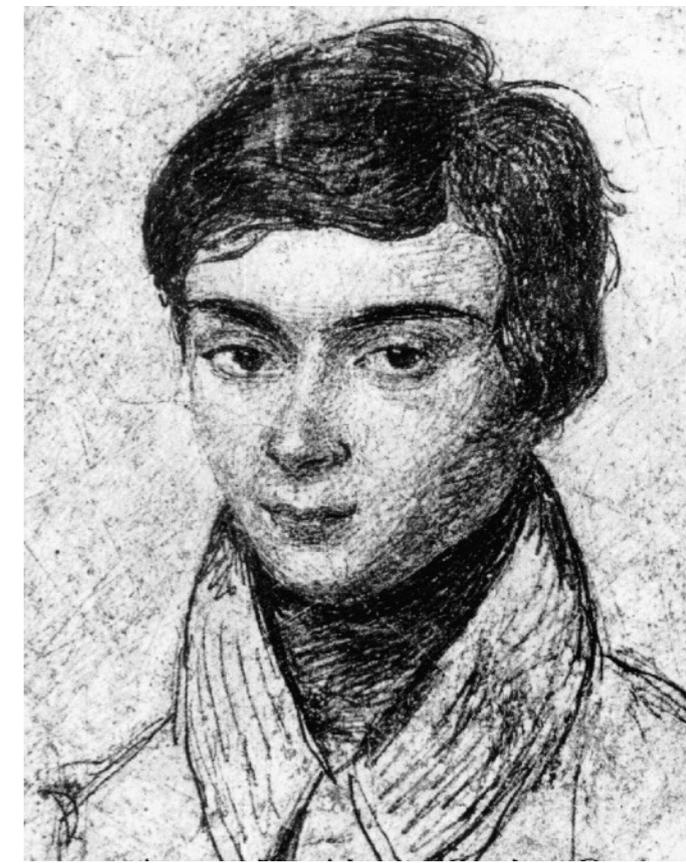
GRISELDA PASCUAL X

BARCELONA



- Traduction française : 1807
- Traduction allemande : 1889
- Traduction russe : 1959
- Traduction anglaise : 1966
- Traduction castillane : 1995
- Traduction japonaise : 1995
- Traduction catalane : 1996
- Traduction chinoise : 2019
- Traduction italienne : 2022

Evariste Galois, Lettre à Auguste Chevalier, 1832



Lors donc qu'on aura épuisé sur le groupe d'une équation tout ce qu'il y a de décompositions propres possibles sur ce groupe, on arrivera à des groupes qu'on pourra transformer, mais dont les permutations seront toujours en même nombre.

Si ces groupes ont chacun un nombre premier de permutations, l'équation sera soluble par radicaux; sinon, non.

Le plus petit nombre de permutations que puisse avoir un groupe indécomposable, quand ce nombre n'est pas premier, est 5.4.3.

2°. Les décompositions les plus simples sont celles qui ont lieu par la méthode de M. Gauss.

Comme ces décompositions sont évidentes, même dans la forme actuelle du groupe de l'équation, il est inutile de s'arrêter longtemps sur cet objet.

Quelles décompositions sont praticables sur une équation qui ne se simplifie pas par la méthode de M. Gauss?

J'ai appelé *primitives* les équations qui ne peuvent se simplifier par la méthode de M. Gauss; non que ces équations soient réellement indécomposables, puisqu'elles peuvent même se résoudre par radicaux.

La méthode de M. Gauss

Les coniques qui admettent un point rationnel forment donc une seule classe, et cette classe comprend également toutes les droites. Reconnaître si une conique admet un point rationnel, c'est un problème que Gauss nous a enseigné à résoudre, dans son Chapitre des *Disquisitiones*, intitulé *Representatio ciffrae*.

Les coniques qui n'ont pas de point rationnel se répartissent en plusieurs classes et les conditions de cette répartition se déduisent immédiatement des principes de ce même Chapitre de Gauss.

Considérons maintenant une cubique unicursale (à coefficients rationnels), cette cubique a un point double qui, étant unique, est forcément rationnel. Soit C ce point double, je dis que notre cubique est équivalente à une droite. En effet, soit D une droite rationnelle quelconque, nous pouvons faire correspondre au point M de la cubique un point M₁ de la droite D, de telle façon que la droite MM₁ passe en C.

Les mêmes principes sont applicables à une courbe unicursale quelconque. Soit $f = 0$ une courbe unicursale rationnelle de degré m ; elle aura $\frac{(m-1)(m-2)}{2}$ points doubles. Par ces

$$\frac{(m-1)(m-2)}{2}$$

points doubles, je puis faire passer ∞^{m-2} courbes de degré $m-2$. Comme nos $\frac{(m-1)(m-2)}{2}$ points doubles sont les seuls points doubles d'une courbe à coefficients rationnels, toute fonction symétrique de leurs coordonnées sera rationnelle.

D'où il suit que je pourrai faire passer par ces points doubles et par $m-2$ points rationnels pris à volonté dans le plan une courbe de degré $m-2$, et une seule, et que cette courbe sera rationnelle (je veux dire à coefficients rationnels).

L'équation générale des courbes de degré $m-2$ passant par les points doubles sera donc de la forme suivante

$$\alpha_1 \zeta_1 + \alpha_2 \zeta_2 + \dots + \alpha_{m-1} \zeta_{m-1} = 0,$$

les α étant des coefficients arbitraires et les ζ étant des polynomes en-



H. Poincaré, Propriétés arithmétiques des courbes algébriques, JMPA, 1901

Reconnaître si une conique admet un point rationnel, c'est un problème que Gauss nous a enseigné à résoudre dans son chapitre des *Disquisitiones* intitulé ...

Hyperkomplexe Systeme in ihren Beziehungen zur kommutativen Algebra und Zahlentheorie

Von Emmy Noether, Göttingen

1. Die Theorie der hyperkomplexen Systeme, der Algebren, hat in den letzten Jahren einen starken Aufschwung genommen; aber erst in allerneuester Zeit ist die Bedeutung dieser Theorie für kommutative Fragestellungen klar geworden. Über diese Bedeutung des Nichtkommutativen für das Kommutative möchte ich heute berichten: und zwar will ich das im einzelnen verfolgen an zwei klassischen, auf Gauss zurückgehenden Fragestellungen, dem Hauptgeschlechtssatz und dem eng damit verbundenen Normensatz. Diese Fragestellungen haben sich im Laufe der Zeit in ihrer Formulierung immer wieder gewandelt: bei Gauss treten sie auf als Abschluss seiner Theorie der quadratischen Formen; dann spielen sie eine wesentliche Rolle in der Charakterisierung der relativ zyklischen und abelschen Zahlkörper durch die Klassenkörpertheorie, und schliesslich lassen sie sich aussprechen als Sätze über Automorphismen und über das Zerfallen von Algebren, und diese letztere Formulierung gibt dann zugleich eine Übertragung der Sätze auf beliebige relativ galoissche Zahlkörper.

Mit dieser Skizze, die ich später ausführen werde, möchte ich zugleich das Prinzip der Anwendung des Nichtkommutativen auf das Kommutative erläutern: *Man sucht vermöge der Theorie der Algebren invariante und einfache Formulierungen für bekannte Tatsachen über quadratische Formen oder zyklische Körper zu gewinnen, d. h. solche Formulierungen, die nur von Struktureigenschaften der Algebren abhängen. Hat man einmal diese invarianten Formulierungen bewiesen – und das ist in den oben angegebenen Beispielen der Fall – so ist damit von selbst eine Übertragung dieser Tatsachen auf beliebige galoissche Körper gewonnen.*

2. Vor einer Einzelausführung möchte ich noch einen allgemeinen Überblick über die verschiedenen Methoden und die weiteren Resultate geben. Vorerst ist zu bemerken, dass die Hauptschwierigkeit in der Gewinnung der Formulierung für allgemeine galoissche Körper liegt, wozu ohne die hyperkomplexe Methode gar kein Ansatzpunkt vorhanden war; in den angeführten Beispielen ist der zugrunde liegende Übergang zum Nichtkommutativen gewonnen durch die *gleichzeitige Betrachtung von Körper und Gruppe* vermöge des „verschränkten Produkts“ und seiner Multiplikationskonstanten, der „Faktorensysteme“ (vgl. 3). Man erhält so eine einfache normale Algebra über dem Grundkörper und jede solche Algebra ist im wesentlichen so erzeugbar. Solche verschränkte Produkte sind zuerst von Dickson



E. Noether, Exposé à l'ICM 1932, Zürich

Je voudrais expliquer aujourd'hui l'importance du non-commutatif pour le commutatif ; plus précisément je voudrais tracer ce phénomène en détail pour deux questions classiques qui remontent à Gauss.

[1949b] Numbers of solutions of equations in finite fields

The equations to be considered here are those of the type

$$(1) \quad a_0x_0^{n_0} + a_1x_1^{n_1} + \cdots + a_r x_r^{n_r} = b.$$

Such equations have an interesting history. In art. 358 of the *Disquisitiones* [1 a],¹ Gauss determines the Gaussian sums (the so-called cyclotomic "periods") of order 3, for a prime of the form $p=3n+1$, and at the same time obtains the numbers of solutions for all congruences $ax^3-by^3 \equiv 1 \pmod{p}$. He draws attention himself to the elegance of his method, as well as to its wide scope; it is only much later, however, viz. in his first memoir on biquadratic residues [1b], that he gave in print another application of the same method; there he treats the next higher case, finds the number of solutions of any congruence $ax^4-by^4 \equiv 1 \pmod{p}$, for a prime of the form $p=4n+1$, and derives from this the biquadratic character of $2 \pmod{p}$, this being the ostensible purpose of the whole highly ingenious and intricate investigation. As an incidental consequence ("*coronidis loco*," p. 89), he also gives in substance the number of solutions of any congruence $y^2 \equiv ax^4-b \pmod{p}$; this result includes as a special case the theorem stated as a conjecture ("*observatio per inductionem facta gravissima*") in the last entry of his *Tagebuch* [1c];² and it implies the truth of what has lately become known as the Riemann hypothesis, for the function-field defined by that equation over the prime field of p elements.

Gauss' procedure is wholly elementary, and makes no use of the Gaussian sums, since it is rather his purpose to apply it to the determination of such sums. If one tries to apply it to more general cases, however, calculations soon become unwieldy, and one realizes the necessity of inverting it by taking Gaussian sums as a starting point. The means for doing so were supplied, as early as 1827, by Jacobi, in a letter to Gauss [2a] (cf. [2b]). But Lebesgue, who in 1837 devoted two papers [3a, b] to the case $n_0 = \cdots = n_r$ of equation (1), did not

Received by the editors October 2, 1948; published with the invited addresses for reasons of space and editorial convenience.

¹ Numbers in brackets refer to the bibliography at the end of the paper.

² It is surprising that this should have been overlooked by Dedekind and other authors who have discussed that conjecture (cf. M. Deuring, *Abh. Math. Sem. Hamburgischen Univ.* vol. 14 (1941) pp. 197-198).



A. Weil, Numbers of solutions of equations in finite fields, *Bulletin AMS*, 1949

Dans l'art. 358 des *Disquisitiones*, Gauss détermine les sommes de Gauss d'ordre 3, pour un nombre premier de la forme $p=3n+1$ et en même temps obtient les nombres de solutions pour toutes les congruences $ax^3-by^3 \equiv 1 \pmod{p}$

In 1947, in Chicago, I felt bored and depressed, and not knowing what to do, I started reading Gauss's two memoirs on biquadratic residues, which I had never read before. The Gaussian integers occur in the second paper. The first one deals essentially with the number of solutions of equations $ax^4 - by^4 = 1$ in the prime field modulo p , and with the connection between these and certain Gaussian sums; actually the method is exactly the same that is applied in the last section of the *Disquisitiones* to the Gaussian sums of order 3 and the equations $ax^3 - by^3 = 1$. Then I noticed that similar principles can be applied to all equations of the form $ax^m + by^n + cz^r + \dots = 0$, and that this implies the truth of the so-called Riemann hypothesis (of which more later) for all curves $ax^n + by^n + cz^n = 0$ over finite fields, and also a generalized Riemann hypothesis for varieties in projective space with a diagonal equation $\sum a_i x_i^n = 0$. This led me in turn to conjectures about varieties over finite fields, some of which have been proved later by Dwork, Grothendieck, M. Artin and Lubkin, and some of which are still open.

André Weil, Ritt Lectures, 1972 [Two lectures on number theory, past and present, 1974, repr. in *Oeuvres scientifiques*, vol. 3, p. 298]

En 1947, à Chicago, je m'ennuyais et me sentais déprimé, et en sachant pas quoi faire, j'ai commencé à lire deux mémoires de Gauss sur les résidus biquadratiques [c.1830], que je n'avais jamais lus avant. Les entiers de Gauss apparaissent dans le deuxième article. Le premier traite essentiellement du nombre de solutions d'équations $ax^4 - by^4 = 1$ dans le corps premier modulo p , et de leur connexion avec certaines sommes de Gauss ; en fait la méthode est exactement la même que celle appliquée dans la dernière section des *Disquisitiones* aux sommes de Gauss d'ordre 3 et aux équations $ax^3 - by^3 = 1$. Alors j'ai remarqué que des principes similaires peuvent être appliqués à toutes les équations de la forme $ax^m + by^n + cz^r + \dots = 0$, et que ceci impliquait la vérité de ce qu'on appelle l'« hypothèse de Riemann » (j'en reparlerai plus tard) pour toutes les courbes $ax^n + by^n + cz^n = 0$ sur des corps finis, et aussi d'une « hypothèse de Riemann généralisée » pour des variétés dans des espaces projectifs avec une équation *diagonale* $\sum a_i x_i^n = 0$. Cela m'a conduit à son tour à des conjectures à propos des variétés sur des corps finis, dont certaines ont été prouvées plus tard par Dwork, Grothendieck, M. Artin et Lubkin, et certaines sont encore ouvertes.

André Weil, Ritt Lectures, 1972 [Two lectures on number theory, past and present, 1974, repr. in *Oeuvres scientifiques*, vol. 3, p. 298]

Fields Medals 1978

Pierre René DELIGNE



born October 3, 1944, Brussels, Belgium
Institut des Hautes Études Scientifiques

Gave solution of the three Weil conjectures concerning generalizations of the Riemann hypothesis to finite fields. His work did much to unify algebraic geometry and algebraic number theory.

Pierre Deligne a donné la solution des trois conjectures de Weil concernant des généralisations de l'hypothèse de Riemann aux corps finis. Son travail a fait beaucoup pour unifier la géométrie algébrique et la théorie algébrique des nombres

The Work of Manjul Bhargava

Manjul Bhargava's work in number theory has had a profound influence on the field. A mathematician of extraordinary creativity, he has a taste for simple problems of timeless beauty, which he has solved by developing elegant and powerful new methods that offer deep insights.

When he was a graduate student, Bhargava read the monumental *Disquisitiones Arithmeticae*, a book about number theory by Carl Friedrich Gauss (1777-1855). All mathematicians know of the *Disquisitiones*, but few have actually read it, as its notation and computational nature make it difficult for modern readers to follow. Bhargava nevertheless found the book to be a wellspring of inspiration. Gauss was interested in *binary quadratic forms*, which are polynomials $ax^2 + bxy + cy^2$, where a , b , and c are integers. In the *Disquisitiones*, Gauss developed his ingenious *composition law*, which gives a method for composing two binary quadratic forms to obtain a third one. This law became, and remains, a central tool in algebraic number theory. After wading through the 20 pages of Gauss's calculations culminating in the composition law, Bhargava knew there had to be a better way.



Médaille Fields
2014

Quand il était étudiant, Bhargava a lu le monumental *Disquisitiones Arithmeticae*, un livre sur la théorie des nombres de Carl Friedrich Gauss. [...] Bhargava a trouvé dans le livre une source d'inspiration. [...]

ASSOCIATION FRANÇAISE

POUR L'AVANCEMENT DES SCIENCES

FUSIONNÉE AVEC

L'ASSOCIATION SCIENTIFIQUE DE FRANCE

(Fondée par Le Verrier en 1864)

Reconnues d'utilité publique

COMPTE RENDU DE LA 19^{ME} SESSION



LIMOGES

- 1890 -



SECONDE PARTIE

NOTES ET MÉMOIRES



PARIS

AU SÉCRÉTARIAT DE L'ASSOCIATION

Hôtel des Sociétés savantes, rue Serpente, 28

ET CHEZ M. G. MASSON, LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, boulevard Saint-Germain.

1891



HENRI-AUGUSTE DELANNOY

1833-1915

PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ
DES SCIENCES NATURELLES ET ARCHÉOLOGIQUES DE LA CREUSE

Chemins de Delannoy



ELSEVIER

Discrete Mathematics 258 (2002) 225–234

DISCRETE
MATHEMATICS

www.elsevier.com/locate/disc

Le treillis des chemins de Delannoy

Jean-Michel Autebert^a, Matthieu Latapy^a, Sylviane R. Schwer^{b,*}

References

- [1] J.F. Allen, Maintaining knowledge about temporal interval, *Comm. ACM* 26(11) (1983) 832–843.
- [2] J.-M. Autebert, *Langages Algébriques*, Masson, Paris, 1987.
- [3] L. Comtet, *Advanced Combinatorics: The Art of Finite and Infinite Expansions*, Reidel, Dordrecht, 1974, pp. 80–81.
- [4] H. Delannoy, *Emploi de l'échiquier pour la résolution de certains problèmes de probabilités*, Association Française pour l'Avancement des Sciences, Vol. 24, Bordeaux, 1895, pp. 70–90.
- [5] M. Dubois S.R. Schwer, Classification topologique des ensembles convexes de Allen, *Proceedings de R.F.I.A.* Paris, 2000, pp. 59–68.
- [6] C. Freska, Temporal reasoning based on semi-intervals, *Artif. Intell.* 54 (1991) 199–227.
- [7] S. Ginsburg, *The Mathematical Theory of Context Free Languages*, McGraw-Hill, New York, 1966.
- [8] M. Jantzen, *Confluent string rewriting*, *EATCS Monographs on Theoretical Computer Science*, Vol. 14, Springer, Berlin, 1988.
- [9] G. Ligozat, On generalized interval calculi, *Proceedings of the AAI, Anaheim, Brea, CA*, 1991, pp. 234–240.
- [10] L. Moser, King paths on a chessboard, *Math. Gaz.* 39 (1955) 54.
- [11] L. Moser, H.S. Zayachkowski, Lattice paths with diagonal steps, *Scripta Math.* 26 (1963) 223–229.
- [12] S.R. Schwer, Dépendances temporelles: les mots pour le dire, *Rapport interne du LIPN*, 1997.
- [13] S.R. Schwer, S-arrangements avec répétitions, *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I.* 334 (2002) 1–6.
- [14] R.G. Stanton, D.D. Cowan, Note on a “square” functional equation, *SIAM Rev.* 12(2) (1970) 277–279.
- [15] M. Vilain, A system for reasoning about time, *Proceedings of the AAI*, 1982, pp. 197–201.
- [16] M. Vilain, H. Kautz, Constraint propagation algorithms for temporal reasoning, *Proceedings of the AAI*, 1986, pp. 377–382.
- [17] E.W. Weisstein, *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*, CRC Press, Boca Raton, 2000.

H. Delannoy,
1895

Chemins de Delannoy

- Modélisation qualitative d'événements temporels
- Si A et B sont des événements s'étalant dans le temps, on veut modéliser la relation temporelle entre eux.
- On repère par a le début et la fin de A, par b le début et la fin de B.
- On peut avoir par exemple
 - ❖ aabb : A commence et se termine, puis B commence et se termine
 - ❖ abab : A commence, puis B, puis A se termine, puis B se termine
 - ❖ baab : B commence, puis A a lieu (commence et se termine), puis B se termine, etc.
 - ❖ Il peut se passer que deux choses aient lieu en même temps :
 - ❖ a{a,b}b : A commence, puis B commence exactement quand A se termine, puis B se termine
 - ❖ ab{a, b} : A commence, puis B, puis les deux se terminent en même temps
- Il y a 13 possibilités « élémentaires » (A et B ont lieu 1 fois chacun), mais on veut ensuite les juxtaposer (A recommence, se termine, etc)

Chemins de Delannoy

M. H. DELANNOY

Sous-intendant militaire en retraite, à Guéret.

EMPLOI DE L'ÉCHIQUIER POUR LA RÉOLUTION DE CERTAINS PROBLÈMES
DE PROBABILITÉS

[J 2 a]

— Séance du 5 août 1895 —

En 1889, au Congrès de Paris, nous avons donné les formules exprimant le nombre de marches de la tour et de la reine sur des échiquiers de forme *carrée, triangulaire, pentagonale* et *hexagonale*, ce qui nous a permis de résoudre *immédiatement* divers problèmes de probabilités.

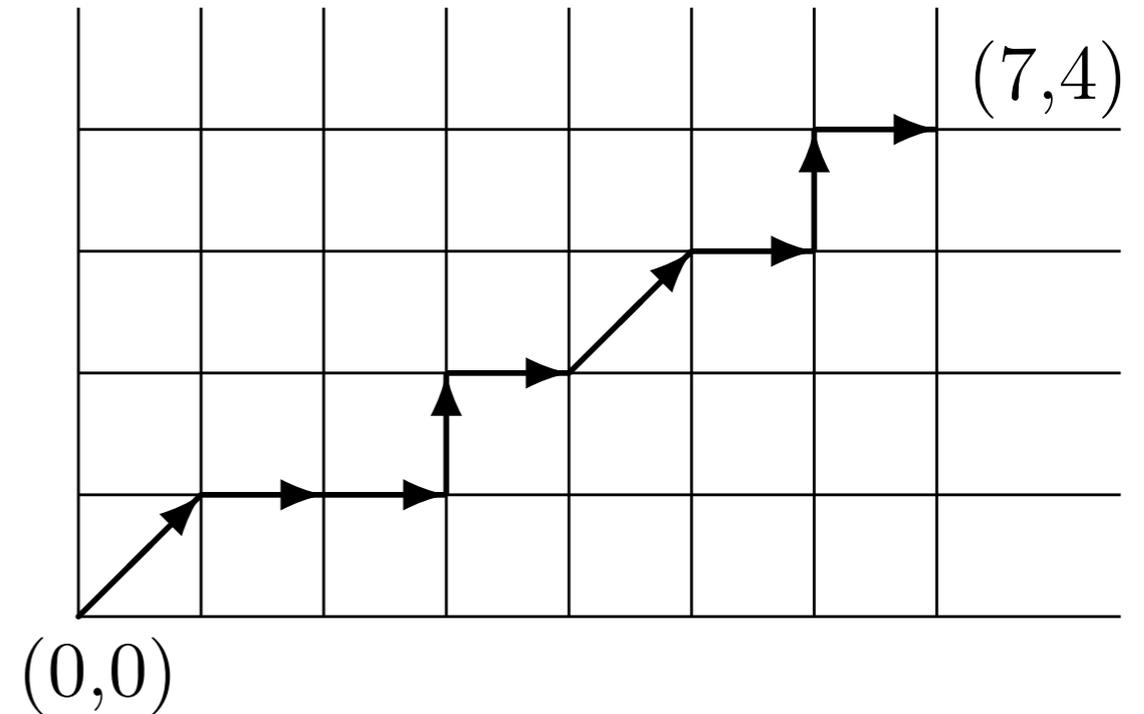
1	1	1	1	1	1	1
1	3	5	7	9	11	13
1	5	13	25	41	61	85
1	7	25	63	129	231	377
1	9	41	129	321	681	1289
1	11	61	231	681	1683	3653
1	13	85	377	1289	3653	8989

Fig. 11.

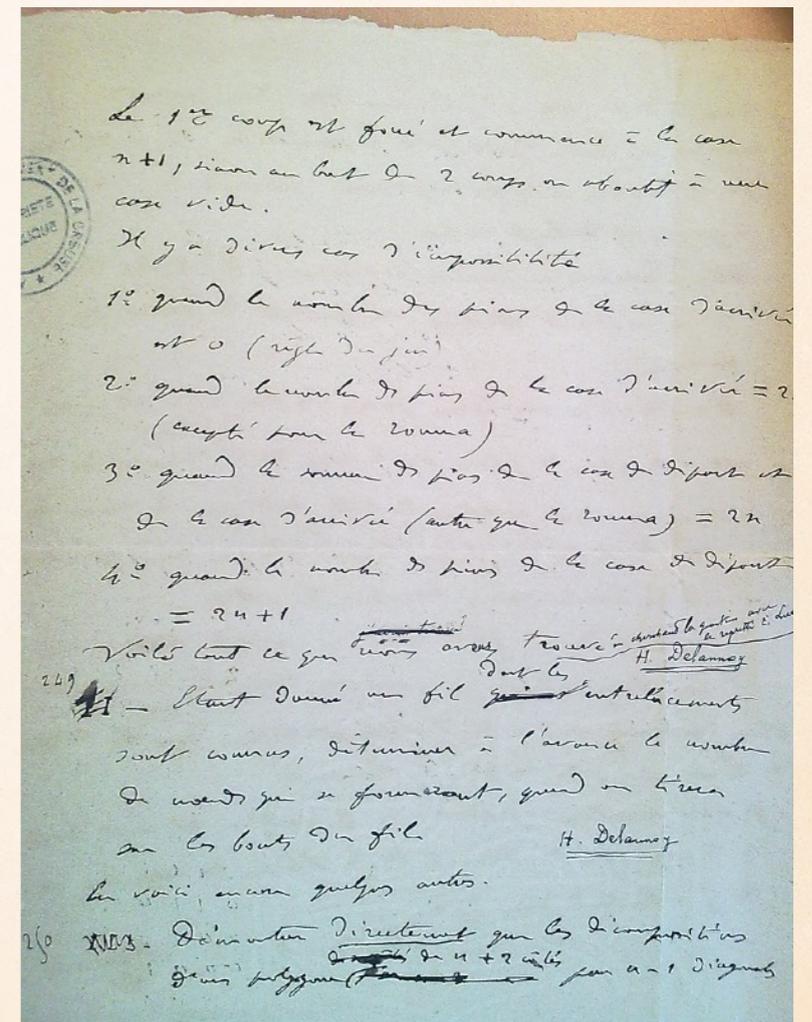
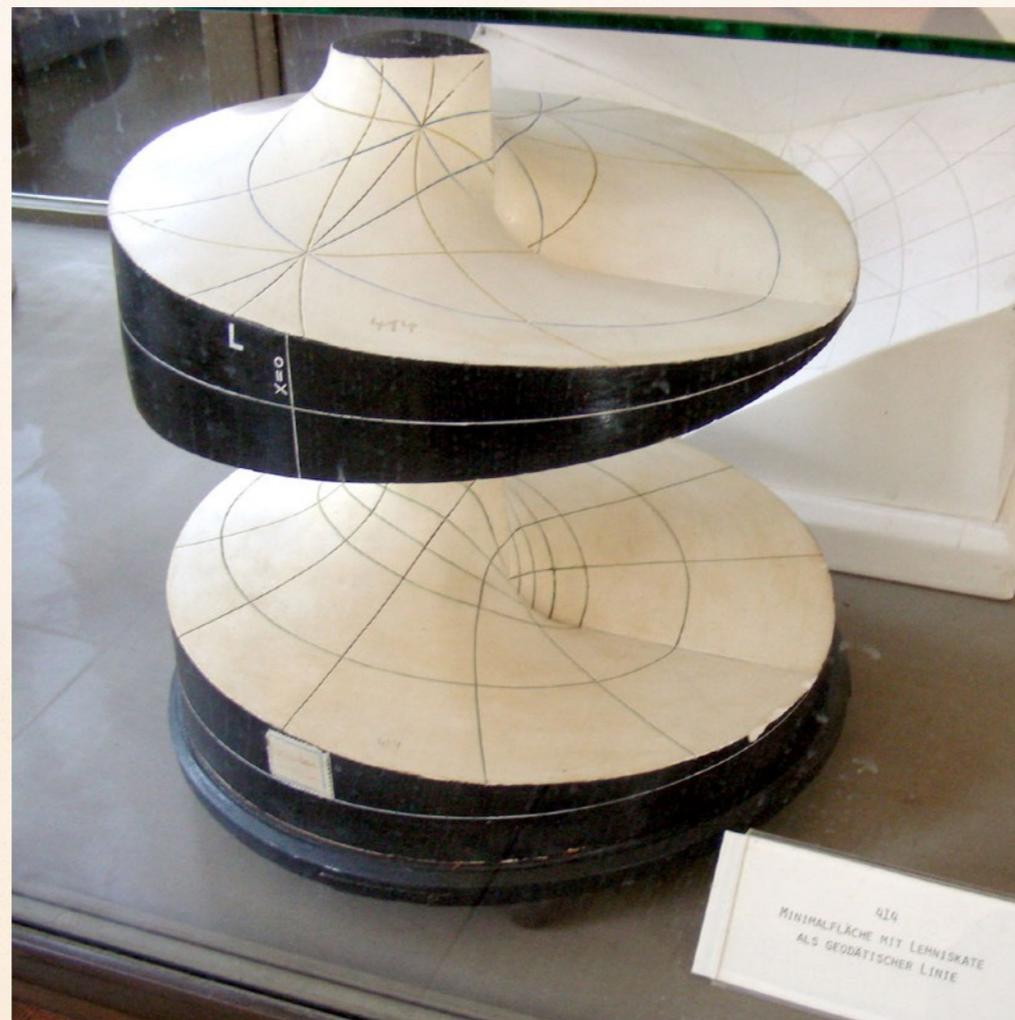
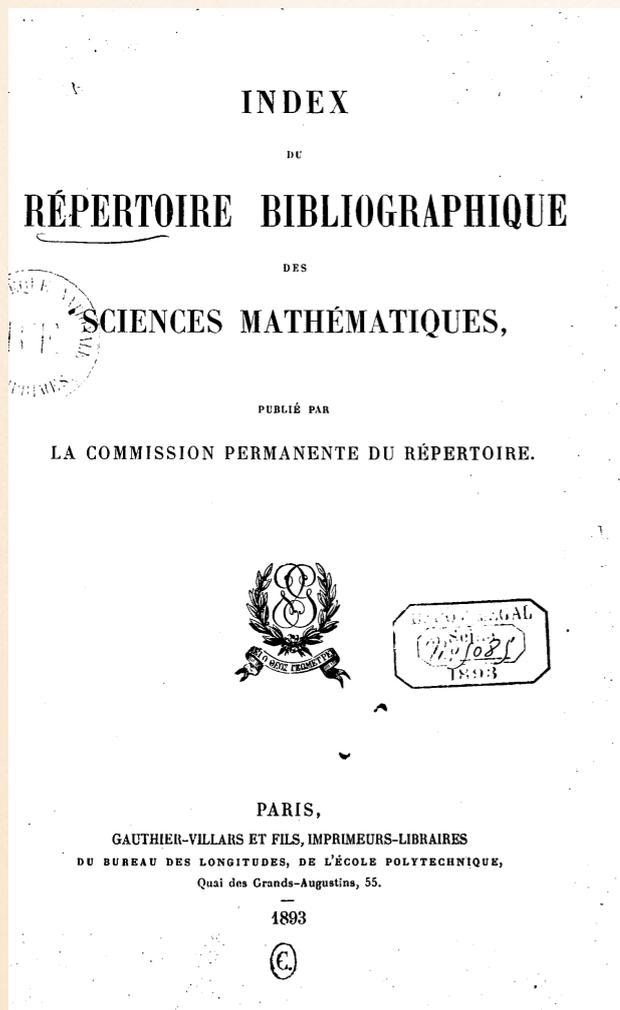
- Delannoy (sous-intendant militaire de la Creuse) s'intéresse à certains déplacements de la reine sur un échiquier, de gauche à droite, de bas en haut, horizontalement, verticalement ou en diagonale
- Un nombre indiqué sur une case est le nombre de façons d'arriver ainsi sur la case, à partir du coin en haut à gauche => nombres de Delannoy
- Delannoy modélise et résout par l'échiquier toutes sortes de problèmes en particulier de probabilités (théorie des jeux, des votes)

Chemins de Delannoy

- Idée de S. R. Schwer : représenter a par déplacement horizontal, b un déplacement vertical et $\{a, b\}$ par un déplacement diagonal
- La succession des événements se représente par une suite de pas de la reine sur l'échiquier
- J. M. Autebert et S. R. Schwer ont ensuite généralisé à plusieurs événements, en utilisant des marches à plusieurs dimensions
- S. R. Schwer a ensuite collaboré avec la médiathèque de Guéret et les Archives de la Creuse pour mettre en ligne un fonds Delannoy et organiser des expositions sur les jeux mathématiques



DE QUELQUES SPÉCIFICITES DES HISTORIEN.NE.S DES MATHÉMATIQUES



Quelques particularités des historien.ne.s des mathématiques

- Très, très longue durée...
- Nouveaux thèmes de recherche : journaux comme lieux de diffusion et de collaboration, histoire de l'édition et de la typographie mathématiques, histoire collective des mathématiques, histoire de l'enseignement universitaire, des traductions et rééditions, instruments mathématiques,...
- Textes et ouvrages “secondaires”, manuscrits de cours, littérature grise, manuscrits
- Indexation et catalogues, paratextes et illustrations
- Conservation des niveaux de structuration

Un chaînon manquant...

- Adolphe Desboves (1818-1888), élève à l'ENS, puis professeur de lycée (a eu pour élèves Albert de Lapparent et Henri Bergson)
- publie des manuels, des articles pédagogiques, une des premières études sur Pascal scientifique, mais aussi des articles sur les équations diophantiennes (recherche de solutions en nombres entiers ou fractionnaires)

**MÉMOIRE SUR LA RÉOLUTION EN NOMBRES ENTIERS
DE L'ÉQUATION**

$$aX^m + bY^m = cZ^n (*);$$

PAR M. DESBOVES.

I. — Objet du Mémoire.

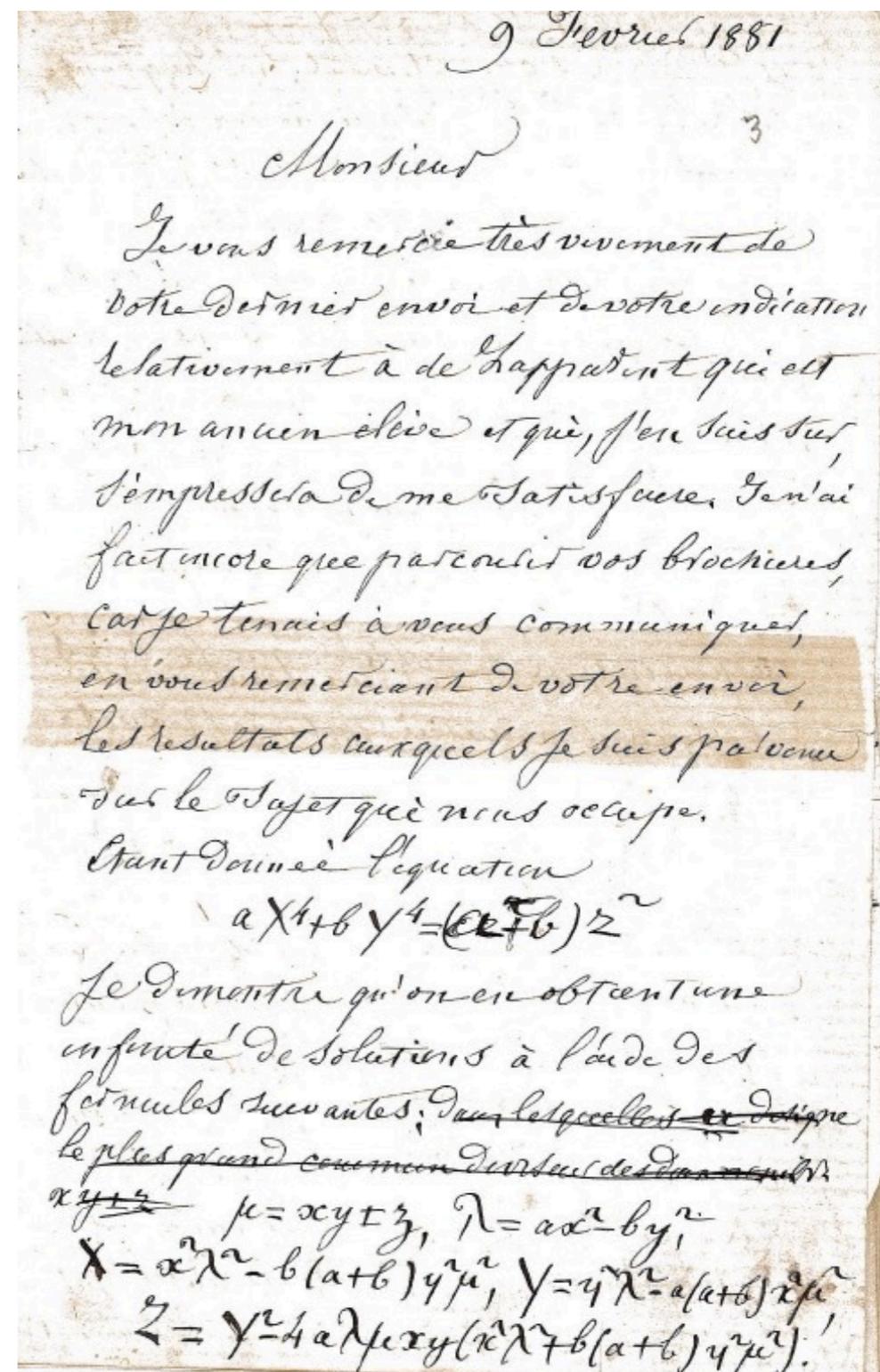
1. Les géomètres, qui jusqu'ici se sont occupés de la résolution en nombres entiers des équations à plusieurs

(*) m, n, a, b, c sont des nombres entiers donnés dont les deux premiers ont toujours des valeurs positives, X, Y, Z désignent les trois inconnues, et (x, y, z) représentera toujours, dans la suite, la solution de l'équation

$$X = x, \quad Y = y, \quad Z = z.$$

Une correspondance mathématique bien cachée

- Adolphe Desboves (1818-1888), mais aussi des articles sur les équations diophantiennes (recherche de solutions en nombres entiers ou fractionnaires)
- participe à la relance de l'intérêt pour ses équations, avant les travaux basés sur une nouvelle interprétation géométrique de Hurwitz, Poincaré, Mordell, Weil, etc.
- Correspondance retrouvée reliée à un numéro d'un périodique imprimé de mathématiques, conservé à la bibliothèque MIR



Pour obtenir une nouvelle identité, faisons a et b égaux à 1 dans les équations (5), (8) et (9); alors on a

$$X = x^3 - 3xy^2 - y^3,$$

$$Y = 3xy(x + y),$$

$$X^2 + XY + Y^2 = (x^2 + xy + y^2)^3,$$

$$X - Y = x^3 - y^3 - 3xy(2x + y).$$

Si maintenant on multiplie, membre à membre, les deux dernières équations, il vient

$$X^3 - Y^3 = [x^3 - y^3 - 3xy(x + 2y)](x^2 + xy + y^2)^3,$$

ou

$$(42) \quad \begin{cases} (x^3 - 3xy^2 - y^3)^3 - [3xy(x + y)]^3 \\ = [x^3 - y^3 - 3xy(x + 2y)](x^2 + xy + y^2)^3. \end{cases}$$

C'est l'identité qu'il s'agissait de trouver

Remarque. — L'identité (42) conduit à une nouvelle démonstration de l'identité (40).

En effet, si l'on permute x, y dans l'identité (42) et que l'on retranche, membre à membre, cette dernière identité de celle qu'on a obtenue, on a

$$\begin{aligned} (x^3 - y^3 + 3x^2y)^3 + (x^3 - y^3 - 3xy^2)^3 \\ = (x - y)(x + 2y)(2x + y)(x^2 + xy + y^2)^3. \end{aligned}$$

Or, comme dans le produit $(x - y)(x + 2y)(2x + y)$ le troisième facteur est égal à la somme des deux autres, par un changement de variables dont le choix est évident, on est conduit à l'identité (40).

Je vais maintenant démontrer une identité plus générale que les précédentes, et qui donnera quelques-unes d'entre elles, comme cas particuliers.

D'après le théorème I (2) étendu à quatre facteurs dont trois sont égaux, on peut écrire

$$X_1^2 + X_1Y_1 + Y_1^2 = (x_1^2 + x_1y_1 + y_1^2)(x^2 + xy + y^2)^3,$$

18 Novembre
1883

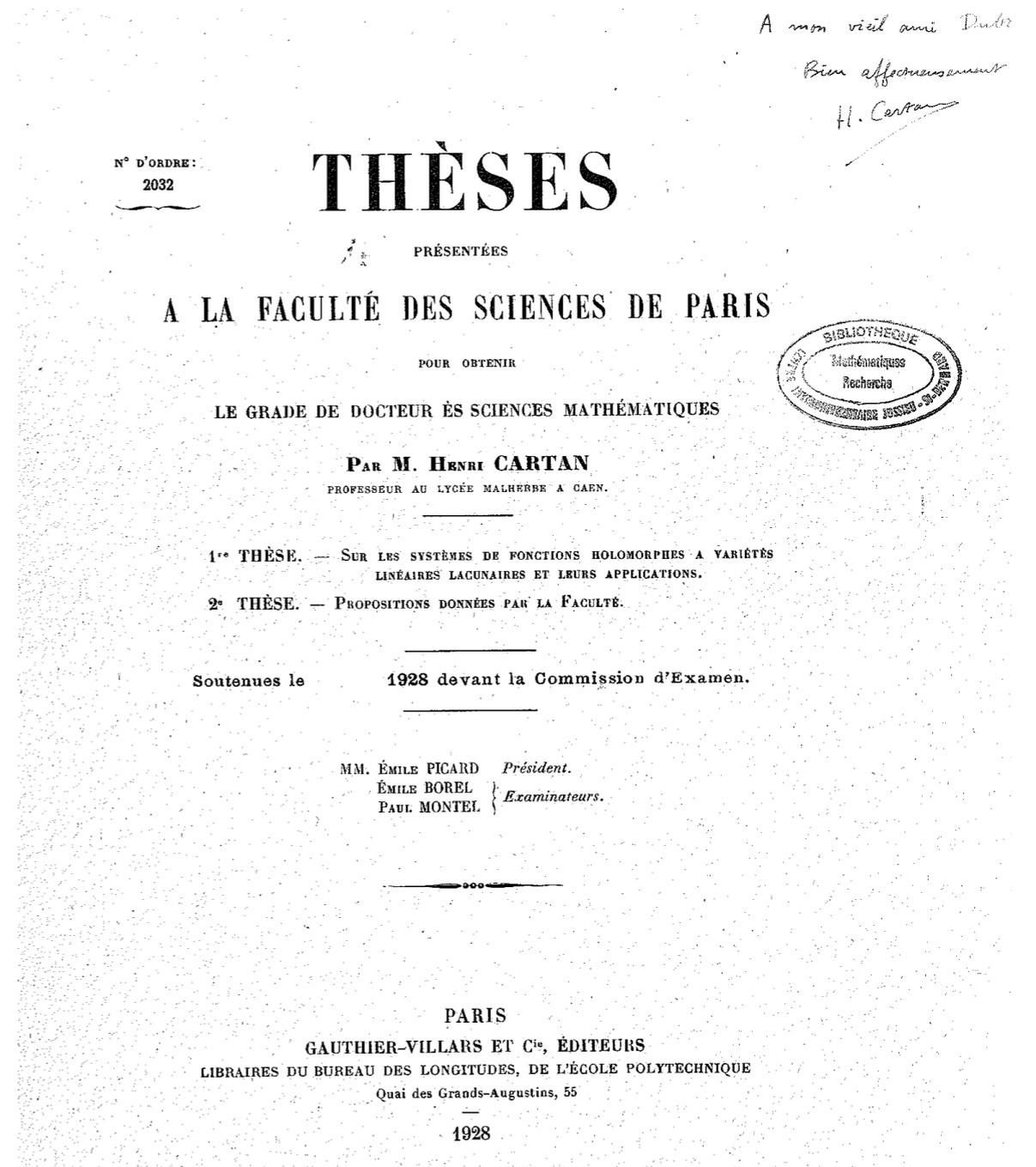
Monsieur,

Après une assez longue interruption, je me suis remis à l'étude des équations quadratiques et j'ai été en possession de quelques théorèmes généraux. Je me suis surtout appuyé sur vos travaux et je me plais à les citer. Je vous rends surtout la justice de dire que vous êtes le premier qui ayez bien posé la question de la résolution complète des équations indéterminées.

Il y a cependant une explication que je voudrais vous demander à propos de la résolution de l'équation $x^4 + y^4 = 8a^2$ (page 11 du mémoire sur quelques équations quadratiques). Vous dites que les valeurs de x, y, a données par les formules (9) page 16 sont en

Thèses de mathématiques

- H. Gispert, *La France mathématique*, 1990 (rapports de thèses des membres de la SMF de 1872 à 1914)
- J. Leloup, *L'entre-deux-guerres mathématique à travers les thèses*, thèse, 2009 (analyse à différentes échelles des thèses de mathématiques soutenues en France entre 1914 et 1945)
- Nouveaux corpus (thèses, rapports), nouvelles questions, nouveaux résultats
- Nouvelles exigences documentaires (systématicité, objet thèse vs publications)



BibliothèquesHistoiredesmaths

Liste des thèses mathématiques X

https://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_des_thèses_mathématiques_soutenues_en_français_de_1811_à_1960

	1839-06-24	Adrien Blavette	1. Sur les mouvements vibratoires d'une verge élastique. 2. Mouvement elliptique des planètes et altération de ce mouvement causé par des forces perturbatrices.	31	Paris	oui [arc]
	1839-07-02	Jean Antoine Quet	1. Sur les mouvements oscillatoires des corps flottants. 2. Sur le flux de la mer.	23	Paris	oui [arc]
	1839-09-25	Charles-Felix Vasnier	1. Attraction et figure des planètes. 2. Théorie des perturbations des mouvements planétaires.	41	Paris	oui [arc]
1840	1840-08-20	Théodore d'Estocquois	Sur la convergence des séries.	11	Montpellier	oui [sur Livres]
	1840-01-31	Jean-Baptiste Fourestey	1. Sur la détermination des orbites des comètes. 2. Mouvement de la chaleur dans une sphère et application aux températures terrestres.	23 + 21	Paris	(1) oui [arc] (2) oui [arc]
	1840-05-22	Pierre-Antoine-Benjamin Crébessac-Vernet	1. Recherches sur le mouvement d'un système de points libres liés entre eux et sollicités par des forces accélératrices quelconques. 2. Calcul des variations des constantes arbitraires qui entrent dans les formules du mouvement elliptique des planètes autour du soleil.	20 + 37	Strasbourg	non
	1840-08	Hippolyte Sonnet	1. Sur les vibrations longitudinales des verges élastiques. 2. Sur le mouvement relatif des étoiles doubles.	38	Paris	oui [arc]
	1840-08-21	Joseph-Charles Chenou	1. Mouvement des corps célestes dans le vide. Leur mouvement dans un milieu résistant. 2. Inégalités périodiques et séculaires du mouvement des planètes. 3. Mouvement des étoiles multiples et en particulier des étoiles doubles. 4. Intégration des équations différentielles pour le cas d'une excentricité quelconque.	24	Bordeaux	oui [arc]
	1840-09-02	Jules Marie Louis Vieille	1. Du mouvement de la Lune autour de son centre de gravité. 2. De la variation des constantes arbitraires dans les questions de mécanique.	79	Paris	oui [arc]
	1840-09-16	Pierre-Marie Bourdonnay-Duclésio	1. Sur la distribution de l'électricité à la surface des corps conducteurs. 2. Règle pour reconnaître, à priori, si une fonction d'une variable réelle ou imaginaire peut se développer en série convergente, ordonnée suivant les puissances ascendantes de cette variable. Moyen d'en déduire la condition pour que le rayon vecteur de l'orbite d'une planète soit développable en série convergente suivant les puissances ascendantes de son excentricité.	44	Paris	oui [arc]

Liste des thèses de mathématiques en langue française, Wikipedia
(France: sur numdam pour la période 1914-1945, SorbonNum avant (partiel))

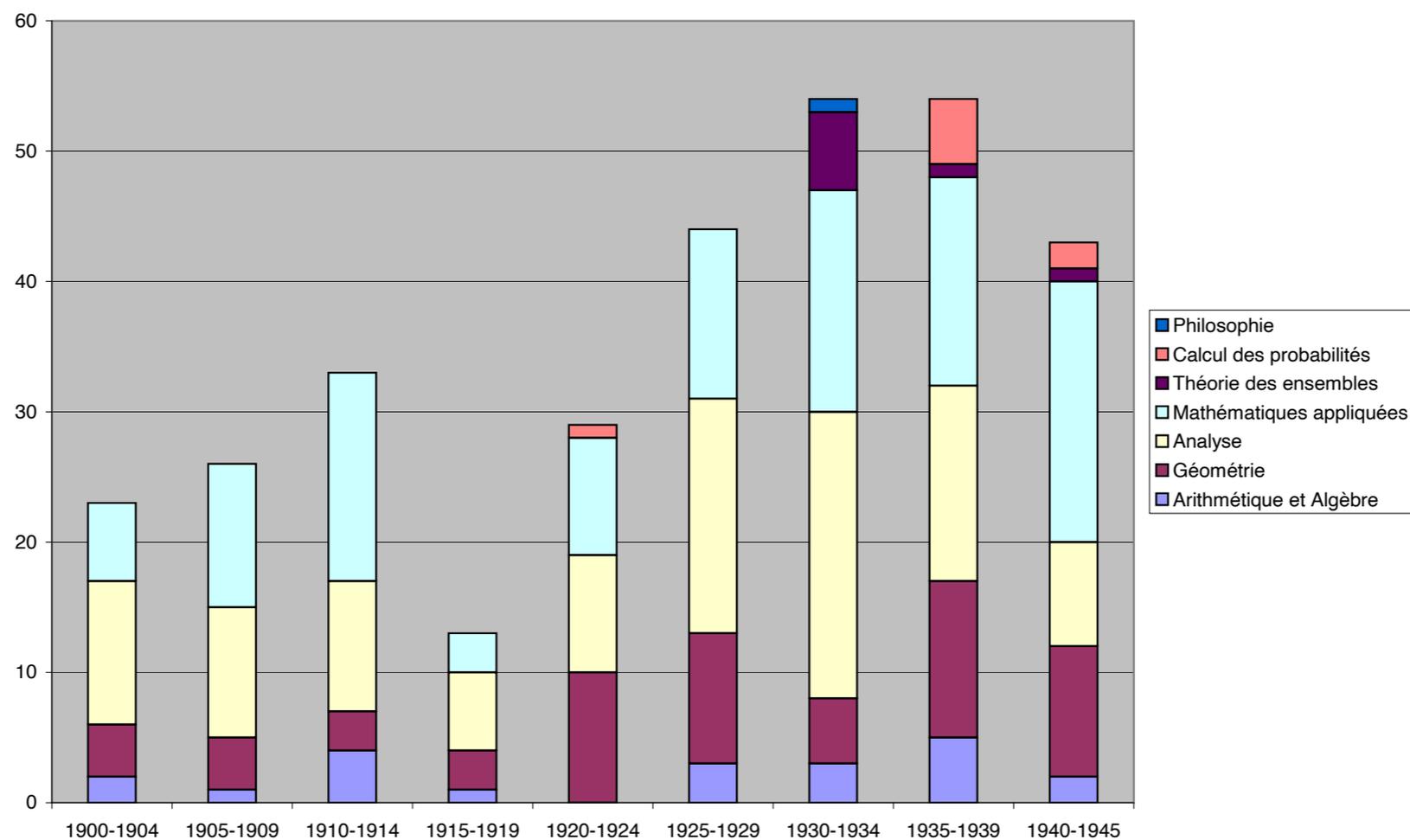


FIGURE C.3 – Évolution des sujets des thèses d'État soutenues dans toutes les facultés françaises entre 1900 et 1945

extraite de J. Leloup, *L'entre-deux-guerres mathématique à travers les thèses*, 2009

École Doctorale Paris Centre

THÈSE DE DOCTORAT

Discipline : Mathématiques

présentée par

Juliette LELOUP

L'entre-deux-guerres mathématique à travers
les thèses soutenues en France

Au terme de ce travail sur les thèses de sciences mathématiques soutenues en France durant l'entre-deux-guerres, je pense avoir montré la pertinence d'un tel corpus pour mettre en œuvre une nouvelle approche du milieu mathématique et de sa recherche dans cette période. Mon analyse des thèses, considérées sans filtre a priori, permet de réévaluer et de compléter les différentes images fragmentées et incomplètes qui en ont été produites jusqu'à présent, parmi lesquelles domine celle d'un milieu de la recherche autarcique, isolé et dominé par l'analyse, où la seule influence étrangère vient de l'Allemagne, à partir des années 1930, et s'exerce sur certains jeunes mathématiciens à la suite de voyages dans ce pays. Il en ressort une vision plus complexe et plus diverse de la recherche mathématique, mon étude mettant en lumière des aspects particuliers du milieu et de la recherche à différentes échelles – de la plus globale, l'équilibre entre domaines, à la plus fine, le contenu mathématique des thèses étudiées – qui dessinent ainsi des dynamiques nouvelles de l'entre-deux-guerres mathématique en France.

Un premier rééquilibrage concerne les disciplines, puisqu'il ressort clairement de cette étude que le domaine de l'analyse représente une part plus faible des sujets des doctorats que celle qui lui est prévue habituellement. Sont ainsi mis en évidence l'intérêt suscité par la géométrie différentielle, l'importance des mathématiques appliquées et l'émergence des probabilités. Il s'agit de domaines auxquels ont participé des doctorants à la carrière moins visible institutionnellement dans le milieu mathématique et qui ont jusqu'à récemment été occultés dans la mémoire collective des acteurs. Un second rééquilibrage concerne des centres de province qui, à certains moments de l'entre-deux-guerres, dans certains domaines mathématiques particuliers, ont eu une activité mathématique importante, que l'étude des thèses qui y ont été soutenues a permis de révéler.

Histoire matérielle des mathématiques

Un journal n'est pas qu'une énumération d'articles ; il est aussi composé d'indications matérielles (liste des libraires où il est possible de souscrire, conditions d'abonnements, etc.) indispensables à notre lecture matérielle des journaux. Deux mêmes volumes d'un même journal peuvent se distinguer par l'insertion ou pas d'un prospectus de nature éditoriale (catalogue de l'éditeur, information au lecteur). Ce sont ce que les conservateurs nomment les « éphémères » [...]. Ils sont très difficiles à détecter mais sont précieux pour l'historien dans son aide à la contextualisation d'un objet éditorial.

Norbert Verdier, Editer, puis vendre des mathématiques avec la maison Bachelier, *RHM* 19, 2013



Norbert Verdier, « Editer, puis vendre des mathématiques : avec la maison Bachelier », 2013

Depuis le 1^{er} janvier 1836, le **JOURNAL DE MATHÉMATIQUES** paraît chaque mois, par cahier de 32 à 48 pages.

Le prix de l'abonnement est, franco,

- Pour Paris..... 30 fr.**
- Pour les départements.... 35**
- Pour l'étranger..... 40**

ON SOUSCRIT

A PARIS, chez BACHELIER, Éditeur,
Quai des Augustins, n° 55.

DANS LES DÉPARTEMENTS.

- | | |
|---|--|
| à BAYONNE chez Jaymebon. | à NANCY. chez G. Grimblot et C ^{ie} . |
| BORDEAUX. . . — Chaumas. | NANTES. — Forest aîné. |
| CAEN. — Lecrene. | ORLÉANS..... — Gatineau. |
| GRENOBLE. . . — Vellot et C ^{ie} . | PERPIGNAN. . . — Julia frères. |
| LILLE. — Vanackère. | RENNES. — Verdier. |
| LIMOGES. . . . — Ardant. | ROUEN. — Lebrument. |
| LYON. — Giberton et Brun. | — Treuttel et Wurtz. |
| MARSEILLE. . . — Camoin. — Maswert. | STRASBOURG. . } — Levrault. |
| METZ. — Warion. | — Dérivaux. |
| MONTPELLIER. — Sévalle. | TOULOUSE — Gimet. |

A L'ÉTRANGER.

- | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| à AMSTERDAM . . chez Van Bakkenes. | à MILAN chez Dumolard. |
| BERLIN. — B. Behr. | NAPLES. — Dufresne. |
| BRUXELLES... — Decq. — Périchon. | |
| CAMBRIDGE... — Deigton. | |
| COPENHAGUE.. — Host. | |
| FLORENCE. . . — Piatti. | |
| GÈNES. — Beuf. | |
| GENÈVE. — Cherbuliez. | |
| LA HAYE. . . . — Van-Cleef frères. | |
| LEIPSIG. — Michelsen. | |
| LONDRES. . . . } — Baillière. | |
| — Dulau et C ^{ie} . | |
| — M ^{me} Ant. Poupart. | |
| MADRID. } — frère. | |
| — Jaymebon et C ^{ie} . | |
| | PÉTERSBOURG } — J. Issakoff, Com- |
| | missionnaire officiel |
| | de toutes les Biblio- |
| | thèques des Régi- |
| | ments de la Garde- |
| | Impériale. |
| | — Bellizard. |
| | ROME. — Bleggi (Fran.). |
| | STOCKHOLM . . — Bonier. |
| | TURIN. — Bocca. |
| | Vienne. — Rohmann. |

Les Mémoires à insérer doivent être envoyés, francs de port, à M. LIOUVILLE, rue de Sorbonne, n° 3; et les ouvrages à annoncer, chez BACHELIER, libraire, quai des Augustins, n° 55.

Les Lettres doivent être affranchies.

« Ephémère » inséré dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1848 (non reproduit sur numdam)

... jusqu'à la typographie mathématique

CONTINUES.

295

que l'on obtiendra en divisant l'unité négative par cette même fraction continue périodique, écrite dans un ordre inverse.

Démonstration. Pour fixer les idées, ne prenons que des périodes de quatre termes; car la marche uniforme du calcul prouve qu'il en serait de même si nous en admettions un plus grand nombre. Soit une des racines d'une équation de degré quelconque exprimée comme il suit:

$$x = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \dots}}}}}}};$$

L'équation du second degré, à laquelle appartiendra cette racine et qui contiendra conséquemment sa corrélatrice, sera

$$x = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{x}}}}};$$

386

JOURNAL DE MATHÉMATIQUES

des racines d'une équation de degré quelconque exprimée comme il suit :

$$x = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \dots}}}}}}};$$

l'équation du second degré, à laquelle appartiendra cette racine, et qui contiendra conséquemment sa corrélatrice, sera

$$x = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{x}}}}};$$

La même équation de Galois dans les *Annales de mathématiques* (à gauche)
 et dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées* (à droite)
 (d'après N. Verdier, Editer ...)

Pour conclure...

- Longue durée...
- Textes et ouvrages « secondaires » pour des spécialistes des mathématiques à un certain moment ne le sont pas pour d'autres ou à un autre moment
- Grande variété de textes (voire objets) pertinents : manuscrits de cours, littérature grise, brouillons, ...
- Indexation et catalogues, classifications (d'origine ou/et actualisées) essentielles
- Conservation des niveaux de structuration, paratextes et illustrations

A suivre...

- Longue durée...
- Textes et ouvrages « secondaires » pour des spécialistes des mathématiques à un certain moment ne le sont pas pour d'autres ou à un autre moment
- Grande variété de textes (voire objets) pertinents : manuscrits de cours, littérature grise, ...
- Indexation et catalogues, classifications (d'origine ou/et actualisées) essentielles
- Conservation des niveaux de structuration, paratextes et illustrations



Evelyne Barbin et al., dir., *Les travaux combinatoires en France au XIXe siècle : un hommage à Henri Delannoy*, PULIM, Limoges, 2017

Enquête : La place de la Science dans les Bibliothèques françaises, *Revue scientifique*, 5e ser., IV, 1905,

Sylvie Fayet-Scribe, *Histoire de la documentation en France*, CNRS Editions, Paris, 2000

Catherine Goldstein, *Les Disquisitiones arithmeticae en France : un parcours de recherche*, *Revue de la BNF* 14, 2003, 48-55

Catherine Goldstein, Norbert Schappacher et Joachim Schwermer, eds., *The Shaping of Arithmetic after C. G. Gauss's Disquisitiones arithmeticae*, Springer, 2007

Juliette Leloup, *L'entre-deux-guerres mathématique à travers les thèses*, thèse de l'UPMC, 2009, tel-00426604

Norbert Verdier, *Editer, puis vendre des mathématiques avec la maison Bachelier*, *RHM* 19, 2013, 41-107

Odile Vigeannel-Larive, *La bibliothèque, laboratoire du mathématicien*, *Bulletin des bibliothèques de France*, 2002-6

