RESEARCH SCHOOL - *ÉCOLE DE RECHERCHE*

Expressions of Mathematical Activity : Traces and Histories
Expressions de l'activité mathématique: traces et histoires

27 - 31 March, 2023

(English below)

Symboles, diagrammes, notations

Ce cours sera donné par David Rabouin (CNRS, Sphere, UMR 7219).
L'étude des inscriptions matérielles en mathématiques (symboles, diagrammes, notations, représentations tabulaires, listes, etc.) a souvent été lue à travers le prisme d'un tournant « symbolique » ou « formel » qui se serait produit aux xvi^e^-xvii^e^ siècles. Comme le faisait remarquer Michel Serfati (*La Révolution Symbolique*), il nous est difficile de lire les équations de Cardan sans apprentissage, tandis que nous pouvons lire celles de Descartes et de Leibniz – même si c'est souvent au prix de malentendus que l'historien·ne se chargera de lever. Sous ce point de vue, les différents signes mathématiques utilisés auparavant dans des contextes variés étaient des signes « de première intention », dénotant différents types d'objets (des quantités, des capacités, des formes géométriques, etc.). Par contraste, la naissance de l'algèbre symbolique, suivie par celle de la géométrie algébrique cartésienne et du calcul différentiel leibnizien et newtonien, aurait marqué un moment où le symbole devint l'objet même du mathématicien, ce dont il décrit la structuration et les règles de manipulation – objet donc de « seconde intention », selon une proposition célèbre de Jacob Klein (*Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*). Selon cette lecture très répandue, on aurait affaire à un changement épistémologique touchant à la nature même des objets mathématiques. Même si cette orientation reste très présente dans nombre d'études historiques, y compris récentes, elle a pourtant été très largement contestée dans les dernières décennies. L'idée d'une rupture brutale dans les pratiques, d'une « révolution symbolique », ne résiste guère à l'analyse précise des pratiques algébriques avant la fin du xvi^e^ siècle. En retour, l'étude des notations et des diagrammes dans différents contextes avant le xvi^e^ siècle européen nous met en présence d'usages qui se laissent mal décrire en termes de l'opposition première/seconde intention. Ceci ouvre des questions très intéressantes, que ce cours se propose de parcourir sur des cas d'étude précis autour du rôle que tiennent les différentes « ressources expressives » (K. Manders) dans la constitution de la connaissance mathématique.

Symbols, diagrams, notations

This course will be given by David Rabouin (CNRS, Sphere, UMR 7219).
The study of material inscriptions in mathematics (symbols, diagrams, notations, tabular representations, lists, etc.) has often been read through the prism of a "symbolic" or "formal" turn that would have occurred in the 16th-17th centuries. As Michel Serfati pointed out (*La Révolution Symbolique*), it is difficult for us to read Cardan's equations without learning, whereas we can read those of Descartes and Leibniz – even if it is often at the cost of misunderstandings that the historian will take care to clear up. From this point of view, the different mathematical signs used before in various contexts were signs of "first intention", denoting different kinds of objects (quantities, capacities, geometric shapes, etc.). In contrast, the birth of symbolic algebra, followed

by that of Cartesian algebraic geometry and Leibnizian and Newtonian differential calculus, would have marked a moment when the symbol became the mathematician's proper object, whose structuring and rules of manipulation he describes – an object, therefore, of "second intention", following a famous proposal by Jacob Klein (*Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*). According to this widespread reading, we would be dealing with an epistemological change affecting the very nature of mathematical objects. Even if this orientation remains very present in many historical studies, including recent ones, it has been widely contested in the last decades. The idea of a brutal rupture in practices, of a "symbolic revolution", hardly resists the precise analysis of algebraic practices before the end of the 16th century. In return, the study of notations and diagrams in different contexts before the 16th century in Europe brings us face to face with usages that cannot be easily described in terms of the opposition first/second intention. This opens up some very interesting questions concerning the role played by the various "expressive resources" (K. Manders) in the constitution of mathematical knowledge. This course will explore this issue on the basis of specific case studies.