Cartes planaires aléatoires décomposées en blocs : étude des phases

Zéphyr Salvy

Résumé

Les cartes peuvent se présenter dans des formes très variées, comme des arbres ou des triangulations avec beaucoup plus d'arêtes. De nombreux ensembles de cartes ont été énumérés (cartes 2-connexes, arbres, quadrangulations...), notamment par Tutte et il a été mis en évidence un *phénomène d'universalité* : pour la majorité d'entre eux, le nombre d'éléments de taille n dans l'ensemble a une asymptotique de la forme $\kappa\,\rho^{-n}\,n^{-5/2}$, pour un certain κ et un certain ρ. Néanmoins, il existe des ensembles de cartes "dégénérées" dont le comportement se rapproche de celui des arbres, et dont le nombre d'éléments de taille n a une asymptotique de la forme $\kappa\,\rho^{-n}\,n^{-3/2}$, comme par exemple les cartes planaires extérieures (outerplanar). Cette dichotomie de comportement ne s'observe pas seulement du point de vue de l'énumération, mais aussi au niveau *métrique*. Ainsi, dans le cas "arbre", la distance entre deux sommets aléatoires est en $\sqrt{n}$, contre $n^{1/4}$ pour les cartes planaires uniformes de taille n. Ce travail s'intéresse à ce qu'il se passe entre ces deux régimes très différents. Nous mettons en évidence un modèle dépendant d'un paramètre $u \in \mathbb{R}_+^*$ qui exhibe les comportements attendus, avec une transition entre les deux : en fonction de la position de u par rapport à u_C, le comportement est celui de l'une ou l'autre des classes d'universalité. Plus précisément, on observe un régime "sous-critique" où la limité d'échelle des cartes est la carte brownienne, un régime "surcritique" où elle est l'arbre brownien et enfin un régime critique où il s'agit de l'arbre stable $3/2$.