

Équations aux dérivées partielles et océanographie

Deux exemples de contributions récentes

Anne-Laure Dalibard

Sorbonne Université - Laboratoire Jacques-Louis Lions

29 janvier 2021

Master class CEPS 2021 - Marseille



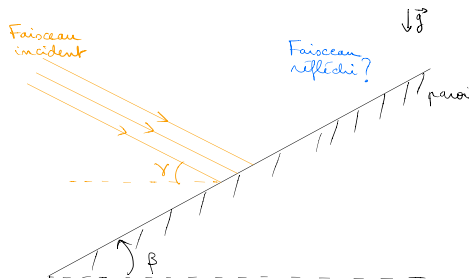
European Research Council
Established by the European Commission

Plan

Réflexion d'ondes internes dans un fluide stratifié

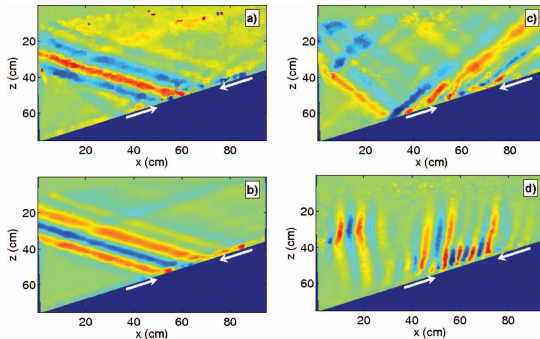
Interactions vagues-structures

Contexte physique



- ▶ Fluide stratifié (densité variable) au dessus d'un plan incliné ;
- ▶ Couplage entre densité et vitesse ;
- ▶ Onde interne incidence avec angle critique ($\beta \simeq \gamma$) ;
- ▶ **Motivation** : mécanisme de concentration de l'énergie près des fonds océaniques ; activation d'instabilités ?

Observations expérimentales



Source : Gostiaux et al., Phys. Fluids, 2006.

- ▶ Existence d'un angle de réflexion critique ;
- ▶ Création d'une deuxième (et d'une troisième) harmonique.

Contributions des mathématiciennes dans ce domaine

Travail avec Roberta Bianchini (CNR) et Laure Saint-Raymond (ENS Lyon).

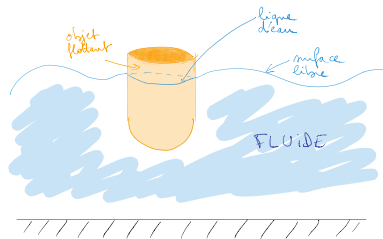
- ▶ Justification rigoureuse des observations des physiciens (angle critique, création d'harmoniques) ;
- ▶ Exploration exhaustive de différents régimes de paramètres ;
- ▶ Mise en évidence d'une couche limite (zone de forte variation près du bord) qui n'avait pas été identifiée.

Plan

Réflexion d'ondes internes dans un fluide stratifié

Interactions vagues-structures

Position du problème et motivations



Motivation : nécessité de modèles mathématiques complexes (et non linéaires !), raisonnables en temps de calcul, pour décrire ces interactions, dans différents régimes (eaux profondes/peu profondes).

Applications :

- ▶ Design de coques de bateaux ;
- ▶ Aménagement des ports ;
- ▶ Récupération de l'énergie des vagues.

Contributions des mathématiciens dans ce domaine

Tatsuo Iguchi, David Lannes, Guy Métivier, Didier Bresch, Edoardo Bocchi...

- ▶ Proposition et analyse d'un système d'équations pour décrire l'interaction entre l'objet flottant et le fluide ;
- ▶ Dérivation de plusieurs modèles asymptotiques ;
- ▶ Développement de codes numériques ;
- ▶ Mise en évidence d'effets inattendus (par ex. formation d'une couche limite dispersive dans certains régimes...)

Conclusions

- ▶ Domaine très riche du point de vue des mathématiques ;
- ▶ Interactions nombreuses ;
- ▶ Enjeux humains importants.