

# Calcul d'espaces de Riemann–Roch via les séries de Puiseux

Elena Berardini  
Technical University Eindhoven

 English version on the second page. The talk will be given in French.

L'espace de Riemann–Roch associé à un diviseur sur une courbe est un espace de fonctions rationnelles, *i.e.* de quotients de polynômes, qui respectent certaines conditions sur leurs zéros et leurs pôles. Les applications fondamentales de ces espaces concernent la construction de codes géométriques arbitrairement longs. En effet, les courbes algébriques utilisées en théorie des codes sont limitées pour l'instant à celles dont les espaces de Riemann–Roch sont déjà connus. Récemment, des algorithmes pour le calcul d'espaces de Riemann–Roch de courbes planes avec des singularités dites ordinaires ont été proposés [1, 2, 3]. Jusqu'à présent, aucun exposant de complexité pour les courbes avec singularités dites non–ordinaires n'était connu. Néanmoins, une courbe singulière générique admet des singularités non–ordinaires. De plus, les modèles de courbes utilisés pour construire des codes géométriques à bons paramètres, *e.g.* les courbes modulaires, ont des singularités non–ordinaires. Il est donc nécessaire de pouvoir calculer les espaces de Riemann–Roch de courbes non–ordinaires.

Dans cette exposé, après avoir révisé brièvement la méthode *géométrique* de Brill et Noether, je discuterai les différences entre le calcul d'espaces de Riemann–Roch des courbes ordinaires et non–ordinaires, et je présenterai une méthode pour traiter aussi ce dernier cas à l'aide des séries de Puiseux. Il s'agit d'un travail en commun avec S. Abelard, A. Couvreur et G. Lecerf [4].

## References

- [1] S. ABELARD, E. BERARDINI, A. COUVREUR, AND G. LECERF, *Computing Riemann–Roch spaces via Puiseux expansions*. 2021.
- [2] S. ABELARD, A. COUVREUR, AND G. LECERF, *Sub-quadratic time for Riemann–Roch spaces. The case of smooth divisors over nodal plane projective curves*, in ISSAC 2020, Proceedings of the 45th International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation, Kalamata, Greece, July 2020, pp. 14–21.
- [3] ———, *Efficient computation of Riemann–Roch spaces for plane curves with ordinary singularities*. 2021.
- [4] A. LE GLUHER AND P.-J. SPAENLEHAUER, *A fast randomized geometric algorithm for computing Riemann–Roch spaces*, Mathematics of Computation, 89 (2020), pp. 2399–2433.

# Computing Riemann–Roch spaces via Puiseux expansions

Elena Berardini  
Technical University Eindhoven

The Riemann–Roch space associated with a divisor on a curve is a space of rational functions, *i.e.* quotients of polynomials, which respect certain conditions on their zeros and poles. The fundamental applications of these spaces concern the construction of arbitrarily long algebraic geometry codes. Indeed, the algebraic curves used in coding theory are currently limited to those whose Riemann–Roch spaces are already known. Recently, algorithms for the computation of Riemann–Roch spaces of plane curves with so-called ordinary singularities have been proposed [4] [2] [3]. Until now, no complexity exponent for curves with so-called non-ordinary singularities was known. Nevertheless, a generic singular curve admits non-ordinary singularities. Moreover, the curves used to construct algebraic geometry codes with good parameters, *e.g.* modular curves, have non-ordinary singularities. It is therefore necessary to be able to compute Riemann–Roch spaces of non-ordinary curves.

In this talk, after briefly reviewing the geometric method of Brill and Noether, I will discuss the differences between the computation of Riemann–Roch spaces of ordinary and non-ordinary curves, and I will present a method for treating also the latter case using Puiseux series. This is a joint work with S. Abelard, A. Couvreur and G. Lecerf [1].

## References

- [1] S. ABELARD, E. BERARDINI, A. COUVREUR, AND G. LECERF, *Computing Riemann–Roch spaces via Puiseux expansions*. 2021.
- [2] S. ABELARD, A. COUVREUR, AND G. LECERF, *Sub-quadratic time for Riemann–Roch spaces. The case of smooth divisors over nodal plane projective curves*, in ISSAC 2020, Proceedings of the 45th International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation, Kalamata, Greece, July 2020, pp. 14–21.
- [3] ———, *Efficient computation of Riemann–Roch spaces for plane curves with ordinary singularities*. 2021.
- [4] A. LE GLUHER AND P.-J. SPAENLEHAUER, *A fast randomized geometric algorithm for computing Riemann–Roch spaces*, Mathematics of Computation, 89 (2020), pp. 2399–2433.