

**Titre.** Spectres des grands graphes aléatoires dilués: beaucoup de questions, quelques réponses.

**Résumé.** Le thème de ce cours est l'étude de la mesure spectrale empirique des graphes dans le régime dit "dilué", où le nombre total de sommets diverge mais où les degrés individuels restent d'ordre constant. La convergence locale de Benjamini-Schramm permet en principe de remplacer cette étude asymptotique par l'analyse directe de certains arbres aléatoires infinis. Néanmoins, peu de choses sont comprises sur le spectre de ces objets limites, même dans les cas les plus simples. Je ferai une longue introduction à ce cadre général et aux grandes questions qui s'y posent, puis je mentionnerai quelques progrès récents, à la fois sur la partie atomique des mesures spectrales limites et sur l'émergence d'une partie absolument continue en relation avec le phénomène de "percolation quantique". Enfin, si le temps le permet, la question de localisation/délocalisation des vecteurs propres des grands graphes dilués sera abordée.