

SEMINAIRE COMMUN Δ ANALYSE GEOMETRIQUE



CIRM (Luminy) 7-8 Septembre 2018

Programme

VENDREDI 7 SEPTEMBRE 2018

14h30 Patrick FOULON (CIRM), 50 mn

« Existence d'une intégrale première pour les métriques de Finsler k-basiques sur les surfaces. Applications à la rigidité »

Dans la catégorie analytique réelle, G. Paternain a montré en 1997 que les surfaces finslériennes compactes de genre au moins 2 qui sont k-basiques, sont en fait riemanniennes. En collaboration avec R. Ruggiero, ce résultat est étendu du cas analytique au cas lisse (indéfiniment différentiable), sous l'hypothèse supplémentaire d'absence de points conjugués. Dans la catégorie lisse, des contre-exemples existent à cette rigidité riemannienne sur la sphère et le tore. Notre preuve utilise deux résultats. D'une part, l'existence d'une intégrale première du flot géodésique sur chaque surface finslérienne k-basique (c'est notre principale contribution). D'autre part, la trivialité de chaque intégrale première en l'absence de points conjugués (prouvée par Gomes et Ruggiero en 2013).

15h35 Erwann DELAY (Avignon), 1h

« Non dégénérescence des métriques riemanniennes Schwarzschild-anti de Sitter »

Les métriques riemanniennes Schwarzschild-anti de Sitter sont des métriques lisses, asymptotiquement hyperboliques d'Einstein, sur $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{S}^2$ (par exemple), paramétrées par leur masse.

Elles sont dites non dégénérées lorsque le noyau L^2 d'un laplacien de Lichnerowicz translaté est trivial.

Dans ce cas, comme l'avaient fait Graham et Lee en 1991 sur la boule hyperbolique (et d'autres auteurs après eux), on peut construire de nouvelles métriques d'Einstein par perturbation de l'infini conforme.

Pour ce faire, ici, les critères habituels sur la courbure garantissant la trivialité du noyau ne passent pas, certaines courbures sectionnelles étant trop positives à l'intérieur de la variété. Avec P. Chrusciel et P. Klinger, grâce à une décomposition en modes de type Fourier sur S^2 , et aux équations maîtresses introduites par les physiciens, nous obtenons la non dégénérescence pour toutes les masses sauf une.

16h40 - pause de 20 mn

17h00 Jérôme BERTRAND (Toulouse), 45 mn

« Structure DC et espaces d'Alexandrov, I »

Dans cette série d'exposés, je présenterai la notion de variétés DC. Nous disons DC pour différence de fonctions concaves. Cette notion est un analogue non régulier des variétés C^2 à l'instar des variétés Lipschitz en ce qui concerne les variétés C^1 . Cette notion de variétés DC a été introduite de façon partielle par Perelman dans une prépublication de 1995 qu'il n'a jamais publiée. Dans cet article, il démontre qu'à un ensemble singulier de codimension au moins 2 près, un espace métrique complet, de dimension de Hausdorff finie et de courbure minorée au sens d'Alexandrov est une variété (ouverte) DC. Dans une deuxième partie de l'exposé, je présenterai ce résultat ainsi que les extensions que nous avons démontrées. Si le temps le permet, je présenterai des applications de cette structure DC à la géométrie des espaces d'Alexandrov de courbure minorée. Cet exposé sera en partie basée sur des résultats obtenus conjointement avec Luigi Ambrosio.

18h00 Jérôme BERTRAND (Toulouse), 45 mn

« Structure DC et espaces d'Alexandrov, II »

Dîner servi à 19h30

SAMEDI 8 SEPTEMBRE 2018

Libérer définitivement les chambres pour 9h00

9h30 Jian WANG (thèse, Grenoble), 55 mn

« Contractible 3-manifolds and positive scalar curvature »

In this talk, we will discuss the topological structure of open simply connected 3-manifolds whose scalar curvature has a slow decay at infinity. In particular, we will show that the Whitehead manifold does not admit a complete metric, whose scalar curvature decay slowly and, in fact that any contractible complete 3-manifolds with such a metric is diffeomorphic to \mathbf{R}^3 . Furthermore, using this result, we will prove that any non-compact 3-manifold \mathbf{M} with trivial fundamental group and second homotopy group equal to \mathbf{Z} , admitting a complete metric as above, is diffeomorphic to $S^2 \times \mathbf{R}$.

10h40 Gautier DIETRICH (thèse, Montpellier), 55 mn

« Applications CR-harmoniques, énergie renormalisée »

Certaines variétés riemanniennes, telles le disque de Poincaré, peuvent être munies d'un "bord à l'infini". Elles sont dites asymptotiquement hyperboliques. A leur structure riemannienne correspond sur le bord une structure conforme. Initié par C. Fefferman et C. R. Graham, ce lien entre géométrie conforme et géométrie asymptotiquement hyperbolique est riche de conséquences. Il est connu en physique des particules sous le nom de correspondance AdS/CFT.

Dans sa thèse, Vincent Bérard a montré grâce à cette correspondance l'existence, deux variétés riemanniennes (M, g) et (N, h) étant données, avec M de dimension n paire, d'une fonctionnelle agissant sur les applications lisses de M dans N , invariante conforme par rapport à g , égale à l'énergie de Dirichlet lorsque $n=2$. Cette fonctionnelle est appelée *énergie renormalisée*. Les *applications conformes-harmoniques* en sont les points critiques et forment une généralisation des applications harmoniques.

Après une présentation succincte de ces objets, j'orienterai mon exposé vers le cas des variétés asymptotiquement hyperboliques complexes. Ce contexte, dans lequel l'infini conforme est une variété de Cauchy-Riemann, présente de nombreuses analogies avec le cas " n pair" riemannien. J'expliquerai comment y obtenir une notion d'énergie renormalisée et une condition d'harmonicité conforme.

11h45 Berardo RUFFINI (Montpellier), 55 mn

« La stabilité de l'inégalité de Brock-Weinstock en version quantitative dans les ROSS »

On considère l'inégalité de Brock-Weinstock, selon laquelle la boule maximise la première valeur propre positive du Laplacien-Steklov parmi les ensembles de mesure fixée. Cette inégalité a été redémontrée en version de stabilité quantitative récemment. Après un résumé sur les techniques utilisées pour montrer ces résultats, on verra comment on peut les transposer dans les espaces symétriques de rang 1 (ROSS) non compacts. On verra aussi qu'en général, l'inégalité est fautive dans les espaces compacts.

Ce séminaire se base sur des travaux avec L. Brasco, P. Castillon et G. De Philippis.

Lunch (en self-service) 12h45

14h15 Erwann AUBRY (Nice), 55 mn

« Bord des domaines de périmètre presque minimal »

Dans ce travail en collaboration avec Jean-François Grosjean, on montre que les domaines de petit déficit isopérimétrique sont Hausdorff-proches d'une sphère Euclidienne, à un sous-domaine de petit périmètre près. On

affine ce résultat lorsqu'une borne sur la norme L^p de la courbure moyenne (avec p plus grand que la dimension du bord) est supposée a priori.

Départ (fermeture) 15h20