

Rencontre au CIRM du Groupement de Recherche Géométrie Algébrique et Géométrie Complexe

24 au 28 novembre 2014

5 "mini-cours" de 3 fois 45 min	
Orateur	Titre
Sébastien Boucksom	Introduction aux corps d'Okounkov
Antoine Chambert-Loir	Théorie des modèles et géométrie algébrique
Alessandro Chiodo	De la symétrie miroir aux courbes spin
Daniel Huybrechts	Cycles sur les surfaces K3 et variétés hyperkähleriennes
Massimiliano Mella	Unirational varieties
8 exposés de 50 min	
Orateur	Titre
G. Ancona	Sur le groupe de Chow et le motif d'un groupe algébrique commutatif
M. Bolognesi	Mapping classes of trigonal loci
E. Floris	Invariance of Plurigenera for foliations on surfaces
R. Guilbot	Une approche transversale de la conjecture C1
C. Mourougane	Sur la stabilité des restrictions du fibré tangent d'un espace hermitien symétrique
W. Ou	On the base surfaces of Lagrangian fibrations
X. Roulleau	Geography of simply connected surfaces of general type
R. Terpereau	Moduli spaces of (G,h)-constellations

Programmation des exposés					
	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
09h15-10h00	A. Chiodo	A. Chambert-Loir	D. Huybrechts	A. Chiodo	A. Chambert-Loir
Café					
10h30-11h15	D. Huybrechts	M. Mella	M. Mella	D. Huybrechts	S. Boucksom
11h30-12h15	S. Boucksom	A. Chiodo	A. Chambert-Loir	S. Boucksom	C. Mourougane
Déjeuner					
16h00-16h50	X. Roulleau	Exposés courts	Libre	M. Bolognesi	Libre
17h00-17h50	R. Terpereau	E. Floris	Libre	W. Ou	Libre
18h00-18h50	G. Ancona	R. Guilbot	Libre	M. Mella	Libre

GAG 2014

Programme des mini-cours

Sébastien Boucksom (École polytechnique)

Titre : Introduction aux corps d'Okounkov

Résumé : La théorie des corps d'Okounkov généralise aux variétés algébriques non toriques la correspondance entre sections d'un fibré en droites et points entiers d'un corps convexe, ramenant ainsi l'étude asymptotique des sections des puissances d'un fibré en droites à un problème d'équirépartition de points rationnels dans un corps convexe. Cette série d'exposés a pour but de présenter la construction d'Okounkov, remarquablement simple, ainsi que diverses applications de cette théorie, notamment dans un cadre plus arithmétique (comptage de «petites» sections d'un fibré).

Antoine Chambert-Loir (Orsay)

Titre : Théorie des modèles et géométrie algébrique

Résumé : Au cours d'une introduction (forcément) trop rapide à la théorie des modèles et à ses outils, je montrerai sur l'exemple de la théorie ACVF des corps algébriquement clos les liens maintenant classiques entre géométrie algébrique et théorie des modèles : élimination des quantificateurs / théorème de constructibilité de Chevalley, élimination des imaginaires / représentabilité des quotients, types / spectre. Après avoir introduit d'autres théories (corps valués algébriquement clos, corps aux différences), je décrirai comment la théorie des modèles a permis récemment d'aborder diverses questions dans deux contextes de la géométrie algébrique : dynamique algébrique d'une part (théorie ACFA, travaux de Chatzidakis/Hrushovski, utilisation de la trichotomie par Medvedev/Scanlon, théorème de Hrushovski et son application par Poonen/Fakhruddin/Xie/Amerik à la densité des points périodiques), espaces analytiques non archimédiens d'autre part (théorie ACVF, travaux de Haskell/Hrushovski/McPherson et Hrushovski/Loeser).

Alessandro Chiodo (Jussieu)

Titre : De la symétrie miroir aux courbes spin

Résumé : Dans cet exposé nous commencerons par des exemples de couples de variétés duales au sens de la symétrie miroir. Il s'agit de couples (X, Y) où X et Y sont des variétés complexes, lisses, de dimension trois, reliées par la relation de symétrie $h^{p,q}(X) = h^{3-p,q}(Y)$. Nous fournirons un énoncé général. La preuve permettra de présenter une nouvelle approche de la géométrie des variétés de Calabi-Yau par le biais des courbes r -spin. Il s'agit de courbes algébriques de genre g équipées d'un fibré en droite L satisfaisant $L^r \cong \omega$, et plus généralement des racines r -ièmes d'une puissance fixée du fibré canonique ω . Comme le montrent les travaux de Farkas sur la géométrie birationnelle des modules de ces courbes, leur géométrie est d'intérêt indépendant. Nous présenterons par exemple la généralisation des outils classiques de Grothendieck-Riemann-Roch qui permettent d'établir dans une large gamme de cas pour quels valeurs de g les espaces de modules sont de type générale. Nous reviendrons enfin à la géométrie énumérative des modules des courbes spin pour donner une preuve de l'énoncé généralisé de symétrie miroir.

Daniel Huybrechts (Bonn)

Titre : Cycles sur les surfaces K3 et variétés hyperkähleriennes

Résumé : Le but de ce minicours est de résumer ce qui est connu sur les groupes de Chow des surfaces $K3$ et leurs généralisations en dimension supérieure. On commence par les résultats classiques dûs à Mumford et Bloch et ensuite on montre comment appliquer la théorie de Hodge et les catégories dérivées pour obtenir des résultats plus fins.

Massimiliano Mella (Ferrara)

Titre : Unirational varieties

Résumé : The aim of these talks is to give an overview to unirationality problems. I will discuss the behaviour of unirationality in families and its relation with rational connectedness. Then I will concentrate on hypersurfaces and conic bundles. These special classes of varieties are a good place where to test different techniques and try to approach the unirationality problem via rational connectedness.

Exposés

G. Ancona (Jussieu)

Titre : Sur le groupe de Chow et le motif d'un groupe algébrique commutatif

Résumé : Un résultat classique de Beauville montre que l'action de la multiplication par n sur le groupe de Chow d'une variété abélienne est semisimple et avec un nombre fini de valeurs propres explicites. Ce résultat a été utilisé par Deninger et Murre pour montrer que le motif de Chow d'une variété abélienne admet une décomposition de Künneth canonique. Nous montrerons que les deux résultats se généralisent aux variétés semiabéliennes (ou plus en général aux groupes algébriques commutatifs). La méthode est différente et la dépendance logique change : nous travaillons directement avec le motif (dans le langage de Voevodsky) et nous en déduisons le résultat pour le groupe de Chow. Dans l'exposé nous rappellerons les généralités sur les motifs de Voevodsky et nous motiverons leur construction en donnant des applications arithmétiques and géométriques. Ceci est un travail en commun avec Steven Enright-Ward et Annette Huber.

M. Bolognesi (Rennes)

Titre : Mapping classes of trigonal loci

Résumé : In moduli theory, it happens often that a moduli space is constructed as a quotient. This is a powerful tool, in fact from the quotient structure one can infer several interesting properties about the properties of the moduli space itself. In this talk, I will recall briefly a construction of the moduli stack of trigonal curves as a quotient stack, that I gave in a joint work with Vistoli a few years ago. Then I will move to a recent work with Loenne, where we draw from this construction some surprising results on the fundamental group of the moduli space, that reveals to be of completely different nature from the space of hyperelliptic curve.

E. Floris (Londres)

Titre : Invariance of Plurigenera for foliations on surfaces

Résumé : Let X be a smooth algebraic surface. A foliation F on X is, roughly speaking, a subline bundle T_F of the tangent bundle of X . The dual of T_F is called the canonical bundle of the foliation K_F . In the last few years birational methods have been successfully used in order to study foliations. More precisely, geometric properties of the foliation are translated into properties of the canonical bundle of the foliation. One of the most important invariants describing the properties of a line bundle L is its Kodaira dimension $\kappa(L)$, which measures the growth of the global sections of L and its tensor powers. The Kodaira dimension of a foliation F is defined as the Kodaira dimension of its canonical bundle $\kappa(K_F)$. In their fundamental works, Brunella and McQuillan give a classification of foliations on surfaces on the model of Enriques-Kodaira classification of surfaces.

The next step is the study of the behaviour of families of foliations. Brunella proves that, for a family of foliations (X_t, F_t) of dimension one on surfaces, satisfying certain hypotheses of regularity, the Kodaira dimension of the foliation does not depend on t . By analogy with Siu's Invariance of Plurigenera, it is natural to ask whether for a family of foliations (X_t, F_t) the dimensions of global sections of the canonical bundle and its powers depend on t . In this talk we will discuss to which extent an Invariance of Plurigenera for foliations is true and under which hypotheses on the family of foliations it holds.

R. Guilbot (Rio de Janeiro)

Titre : Une approche transversale de la conjecture C_1

Résumé : Les corps quasi algébriquement clos, ou corps C_1 , sont définis par une condition de petit degré : le corps K est C_1 si toute hypersurface de l'espace projectif P^n de degré d admet un point K -rationnel dès que $d \leq n$. Je définirai dans cet exposé une notion de "petit degré torique" généralisant cette condition pour les hypersurfaces de variétés toriques projectives simpliciales déployées. J'utiliserai cette notion pour démontrer un cas particulier de la conjecture C_1 de Kollár, Manin et Lang : toute variété lisse et séparablement rationnellement connexe plongée comme hypersurface d'une variété torique projective simpliciale et déployée, possède un petit degré torique et donc admet un point rationnel sur tout corps C_1 .

C. Mourougane (Rennes)

Titre : Sur la stabilité des restrictions du fibré tangent d'un espace hermitien symétrique

Résumé : Il s'agit d'un travail en commun avec Pierre-Emmanuel Chaput et Indranil Biswas. Une version de ce travail est disponible sur

<http://perso.univ-rennes1.fr/christophe.mourougane/recherche/restrictions/res26.pdf>

Nous cherchons des bornes explicites sur le degré pour les théorèmes de conservation de stabilité des fibrés vectoriels algébriques par restriction hyperplane. Nous étudions le cas du fibré tangent des espaces compacts hermitiens symétriques et le cas du fibré tangent des orbites fermées dans les espaces projectifs de représentations irréductibles de groupes complexes simplement connexes semi-simples.

W. Ou (Grenoble)

Titre : On the base surfaces of Lagrangian fibrations

Résumé : In this talk, we will study the base surface X of a Lagrangian fibration $f : M \rightarrow X$, where M is a complex projective irreducible symplectic manifold of dimension four. We will prove that there are at most two possibilities for X . Either X is isomorphic to \mathbb{P}^2 or X has only one singular point of singularity E_8 .

X. Roulleau (Poitiers)

Titre : Geography of simply connected surfaces of general type

Résumé : The Chern numbers c_1^2, c_2 of a smooth minimal surface of general type X satisfy the Bogomolov-Miyaoka-Yau inequality : $c_1^2 \leq 3c_2$. Thirty-five years ago, Bogomolov asked if one can improve the BMY inequality to $c_1^2 \leq ac_2$ with $a < 3$ when we moreover suppose that X is simply connected. In this talk, we will show that there exists spin (resp. non-spin) simply connected surfaces with c_1^2/c_2 arbitrarily close to 3, and therefore the answer is negative. This is a joint work with Giancarlo Urzúa.

R. Terpereau (Bonn)

Titre : Moduli spaces of (G, h) -constellations

Résumé : Given a reductive group G acting on an affine scheme X , a Hilbert function h , and a stability condition θ , we explain how to construct the moduli space M of θ -stable (G, h) -constellations on X , which is a common generalization of the invariant Hilbert scheme after Alexeev and Brion and of the moduli space of θ -stable G -constellations for finite groups introduced by Craw and Ishii. The main tools for this construction are the geometric invariant theory and the invariant Quot schemes. Moreover, the moduli space M is naturally equipped with a morphism $\mu : M \rightarrow X//G$ which turns to be a nice desingularization of the quotient $X//G$ in many situations.