

Géométrie Algébrique et Géométrie Complexe

23 novembre au 27 novembre 2015

Le format prévu pour cette rencontre est le suivant : le matin sont donnés cinq mini-cours (divisés chacun en trois séances de 45 minutes) sur des travaux récents de grande importance en géométrie algébrique et géométrie complexe, tandis que les après-midis sont consacrés à des exposés de 50 minutes.

Programme des mini-cours

Katia Amerik (Université de Paris-Sud)

Titre : Le cône kählerien d'une variété hyperkählérienne

Résumé : Je vais parler du progrès récent concernant le cône de Kähler d'une variété holomorphiquement symplectique irréductible, et notamment de la démonstration de la conjecture de Morrison-Kawamata pour ces variétés. (Travaux en commun avec Verbitsky.)

Arend Bayer (University of Edinburgh)

Titre : Stability and applications to birational and hyperkaehler geometry

Résumé : This lecture series will be an introduction to stability conditions on derived categories, wall-crossing, and its applications to birational geometry of moduli spaces of sheaves. I will assume a passing familiarity with derived categories.

- Introduction to stability conditions. I will start with a gentle review of aspects of derived categories. Then an informal introduction to Bridgeland's notion of stability conditions on derived categories [2, 5, 6]. I will then proceed to explain the concept of wall-crossing, both in theory, and in examples [1, 2, 4, 6].
- Wall-crossing and birational geometry. Every moduli space of Bridgeland-stable objects comes equipped with a canonically defined nef line bundle. This systematically explains the connection between wall-crossing and birational geometry of moduli spaces. I will explain and illustrate the underlying construction [7].
- Applications : Moduli spaces of sheaves on K3 surfaces. I will explain how one can use the theory explained in the previous talk in order to systematically study the birational geometry of moduli spaces of sheaves, focussing on K3 surfaces [1, 8].

References :

1. D. Arcara, A. Bertram, I. Coskun, J. Huizenga, "The minimal model program for the Hilbert scheme of points on P^2 and Bridgeland stability", Adv. Math., 235 :580-626, 2013. (arXiv :math/1203.0316) ;
2. T. Bridgeland, "Stability condition on triangulated categories", Annals of Math. 166 no. 2, 317-345 (2007) (arXiv :math/0212237) ;
3. T. Bridgeland, "Spaces of stability conditions", Algebraic geometry-Seattle 2005. Part 1, 1-21, Proc. Sympos. Pure Math., 80, AMS. (arXiv :math/0611510) ;

4. T. Bridgeland, "Stability conditions on K3 surfaces", Duke Math. J. 141, no. 2, 241-291 (2008) (arXiv :math/0307164) ;
5. A. Caldararu, "Derived categories of sheaves : a skimming", In Snowbird lectures in algebraic geometry, volume 388 of Contemp. Math., pages 43-75. AMS (arXiv :math/0501094) ;
6. A. Bayer, "A tour to stability conditions on derived categories", Informal notes available on my homepage ;
7. A. Bayer, E. Macri, "Projectivity and birational geometry of Bridgeland moduli spaces", (arXiv :1203.4613) ;
8. A. Bayer, E. Macri, "MMP for moduli of sheaves on K3s via wall-crossing : nef and movable cones, Lagrangian fibrations".

Sebastien Boucksom (Université Paris 6)

Titre : K-stabilité et géométrie kählérienne

Résumé : Ce mini-cours est une introduction à la conjecture de Yau-Tian-Donaldson, selon laquelle la K-stabilité d'une variété polarisée (X, L) équivaut à l'existence d'une métrique kählérienne à courbure scalaire constante dans la première classe de Chern de L . Je m'efforcerai de montrer en quoi la notion algebro-géométrique de K-stabilité, qui apparaît comme une version "limite" de la stabilité au sens de la théorie géométrique des invariants, présente un intérêt en géométrie algébrique au-delà de cette conjecture.

François Charles (Université Paris Sud - Orsay)

Titre : Surfaces K3 sur les corps finis

Résumé : Le but du cours sera de décrire quelques progrès récents sur la géométrie des surfaces K3 sur les corps finis. On donnera une preuve de la conjecture de Tate, qui décrit les classes de diviseurs sur une telle surface, et on décrira plus en détail la géométrie de certaines surfaces dites supersingulières, d'après Lieblich et Liedtke. Lors des exposés, l'accent sera mis sur l'influence de la géométrie complexe dans les preuves : variétés hyperkähleriennes, espaces de twisteurs, etc.

Benoît Claudon (Université de Lorraine, CNRS)

Titre : Théorie des paires orbifoldes de F. Campana

Résumé : L'utilisation d'un diviseur auxiliaire, appelé bord, ou frontière, en géométrie birationnelle s'est révélée extrêmement fructueuse en permettant des récurrences sur la dimension et en aboutissant à la preuve de l'existence des modèles minimaux. Ce formalisme des paires possède toutefois de nombreuses limitations, car se focalise particulièrement sur le fibré canonique.

La théorie des paires orbifoldes, introduite par F. Campana pour notamment prendre en compte les fibres multiples en codimension 1 des fibrations, permet de définir la notion de fibré tangent, fibré cotangent et plus généralement celle de tenseur holomorphe. F. Campana et M. Păun ont pu démontrer une version orbifold du théorème de semi-positivité générique de Miyaoka [1]. Ils en déduisent un énoncé conjecturé par Viehweg sur le lien entre la positivité des puissances tensorielles du fibré cotangent logarithmique et celle du log-diviseur canonique. Cela implique en retour la conjecture d'hyperbolicité de Shafarevich sur les familles de variétés projectives canoniquement polarisées.

Après une introduction à la théorie des paires orbifoldes, nous verrons comment obtenir la version orbifold du théorème de semi-positivité générique de Miyaoka et ses conséquences.

Référence :

1. F. Campana, M. Păun, "Orbifold generic semi-positivity : an application to families of canonically polarized manifolds ", arXiv :1303.3169.