Contrôle des EDP et applications
9 - 13 Novembre, 2015

Fabio Ancona: On the optimization of traffic flow at a junction.

We consider a traffic flow model at a junction where the dy- namics follows the classical conservation law formulation introduced by Lighthill, Whitham and Richards. The usual approach to achieve unique- ness of solutions is based on a pointwise maximization criteria involving the solutions of boundary Riemann problems. We shall address a general optimization problem where the boundary data and the distributional pa- rameters at the junction are regarded as controls. The goal is to select, on a given time interval [0, T], (possibly non unique) solutions which maxi- mize a suitable functional of the flux traces of the incoming edges (as maps over the whole interval [0, T]), among all entropy admissible solutions that preserve the conservation of cars through the junction and satisfy some distributional rules. (Collaboration avec Annalisa Cesaroni, Giuseppe M. Coclite et Mauro Garavello)

Farid Ammar-Khodja: Contrôlabilité frontière exacte d'un système 2D avec des ordres multiples et un spectre essentiel.

Nous considérons dans ce travail un système hyperbolique linéaire de la forme $u_{tt} + Au = 0$ avec $u = (u_1; u_2)$ agissant dans $(0; T) \times (0; 1)^2$ et sa contrôlabilitéé à zéro par la frontière. A est un opérateur autoadjoint avec différents ordres de dérivation. Ils apparaissent habituellement dans la modélisation linéaire de la membrane d'une coque élastique. L'opérateur A possède un spectre essentiel non vide qui empêche la contrôlabilitéé à zéro d'avoir lieu uniformément par rapport à la donnée initiale $(u^0; u^1)$. Nous montrons que nous pouvons contrôler à zéro avec un contrôle de Dirichlet agissant sur u_1 pour toute donnée initiale $(u^0; u^1)$ générée par les fonctions propres associéées à la partie discrète du spectre $\sigma(A)$. La preuve repose d'une part, sur une inégalité d'observabilité convenable obtenue à partir d'une analyse spectrale complète et, d'autre part, sur une inégalité adaptée de type Ingham pour le Laplacien 2D. C'est un exemple non trivial d'un système contrôlé par un nombre de contrôles strictement plus petit que le nombre de composantes du système.
(Collaboration avec K. Mauffrey et A. Münch).

Boris Andreianov: Deux résultats de contrôlabilité des lois de conservation hyperboliques.

Je présenterai deux résultats d'atteignabilité pour les lois de conservation avec ou sans source, et deux applications. La première est basée sur un résultat général de contrôlabilité aux trajectoires des bonnes solutions d'une équation d'évolution abstraite gouvernée par un opérateur m-accrétif : le contrôle par une source distribuée peut être réalisé grâce à une variante de la stratégie de "nudging". La deuxième application concerne les systèmes hyperboliques de lois de conservation à structure "triangulaire", consistant en équations linéaires de continuité avec un champ de vitesses déterminé par la solution d'une loi de conservation à flux strictement convexe. Par exemple, les systèmes de Keyfitz-Kranzer et de chromatogaphie ont cette structure. Il sera également question des aspects numériques des deux constructions. L'exposé est basé sur les travaux en collaboration avec Adimurthi, C. Donadello, S.S. Ghoshal et U. Razafison.

Claude Bardos: Observation des solutions de l'équation de transport neutronique en limite de diffusion.

Cet exposé est le rapport sur un travail en cours avec Kim Dang Phung. Il porte sur l'observation de la solution de l'équation de transport neutro-nique.
Ce projet a deux objectifs.
D'abord, établir des estimations d'erreurs pouvant avoir des applications futures. Ceci est fait par l'approximation de la diffusion et les résultats classiques d'observabilité pour l'équation de diffusion.
Le second objectif passe par l'analyse de ces estimations d'erreurs en essayant de contribuer à la compréhension du rôle des inégalités de Carleman ou d'autres outils standards pour l'approximation de la diffusion.

Karine Beauchard: Contrôle des équations paraboliques dégénérées de type hypoelliptique

Pour les équations d'évolution associéées à des opérateurs hypoelliptiques, l'analyse et le contrôle sont moins comprises que pour les équations uniformément paraboliques. Des études récentes ont prouvées que quelques résultats pour le cas uniformément parabolique tiennent encore dans le cadre hypoelliptique, mais de nouveaux comportements apparaissent : un temps minimal positif et/ou une condition de contrôle géométrique peuvent être exigés pour la contrôlabilité à zéro. Cet exposéé présentera l'état de l'art sur ce sujet, en se focalisant sur les opérateurs du type Grushin, pour lesquels une analyse assez complète est disponible, et les opérateurs d'Heisenberg et Kolmogorov, pour lesquels le défrichage est encore à un stade précoce.

Sébastien Benzekry: Un problème de contrôle optimal pour le traitement de cancers métastatiques.

Le développement de métastases (tumeurs secondaires qui proviennent d'une primaire) après chirurgie représente la cause principale de décès pour un cancer. Afin d'essayer d'en contrôler l'étalement, les patients reçoivent souvent systématiquement une thérapie chimique qui vise la population (au besoin non décelée) des tumeurs m étastatiques. Alors que des outils de la théorie du contreôle optimal ont été classiquement appliqués à plusieurs problèmes de contrôle de la tumeur primaire, aucune étude n'a jusque'à maintenant étudié le contrôle d'une population de (plusieurs) tumeurs, ainsi que la dissémination de la maladie. Dans cet exposé, nous introduirons un cadre pour modéliser la dissémination métastatique et la colonisation aussi bien que les effets de plusieurs thérapies anticancéreuses (chimiothérapie cytologique et thérapie antiangiogénique). Cette approche est basée sur des équations aux dérivées partielles structureées. Puis nous formulerons un probeème de contreôle optimal et l'illustrerons par des simulations dans un cas simplifié montrant l'influence de la thérapie peut impacter différemment la croissance d'une simple tumeur primeur et le d éveloppement d'un organe ou d'une population à l'échelle d'une population de métastases.

Giuseppe Buttazzo: Problèmes d'optimisation de forme avec des conditions de Dirichlet-Neumann.

Nous considérons des problèmes d'optimisation spectraux de la forme

$$\min\Big\{\lambda_1(\Omega;D):\ \Omega\subset D,\ |\Omega|=1\Big\},$$

où D est un sous-ensemble donné de l'espace euclidien $\mathbb{R}^n$. Ici $\lambda_1(\Omega;D)$ est la première valeur propre du Laplacien $-\Delta$ avec des conditions de Dirichlet sur $\partial\Omega\cap D$ et Neumann ou Robin sur $\partial\cap\partial D$. La formulation variationnelle équivalente

$$\lambda_1(\Omega;D)=\min\Big\{\ \int_\Omega|\nabla u|^2\,dx+k\int_{\partial D}u^2\,d\mathcal{H}^{d-1}\ :\ u\in H^1(D),\ u=0 \text{ sur } \partial\Omega\cap D,\ \|u\|_{L^2(\Omega)}=1\Big\}$$

rappelle les problèmes classiques de gouttes où la première valeur propre remplace la fonctionnelle Variation totale. Nous prouvons un résultat d'existence pour les fonctionnelles coût de forme et nous montrons quelques propriétés qualitatives des domaines optimaux. Le cas de la condition de Dirichlet sur une partie *fixée* et de Neumann sur une partie *libre* de la frontière est aussi considéré.

Piermarco Cannarsa: Contrôle et stabilisation d'équations d'évolution dégénérées.

Le but de cet exposé est de discuter les analogies et différences dans l'étude des problèmes de contrôlabilité des équations d'évolution en dimension un d'espace qui dégénère à la frontière. Étant donné une fonction $a\in\mathcal{C}\big([0,1]\big)\cap\mathcal{C}^1\big(]0,1]\big)$ telle que $a(x)>0$ pour tout $x\in]0,1]$ et $a(0)=0$, nous sommes intéressés par les propriétés de contrôlabilité de l'opérateur parabolique

$$Pu(t,x)=u_t(t,x)-\big(a(x)u_x(t,x)\big)_x\qquad (t,x)\in]0,T[\times]0,1[$$

ainsi que par l'opérateur hyperbolique

$$Hu(t,x)=u_{tt}(t,x)-\big(a(x)u_x(t,x)\big)_x\qquad (t,x)\in]0,T[\times]0,1[\,,$$

avec des conditions au bord convenables. Le cas parabolique sera considéré en premier avec un contrôle frontière localisé en $x=0$, à savoir la partie dégénérée au bord. Nous présenterons les principaux résultats obtenus, en collaboration avec P. Martinez et J. Vancostenoble, sur cette question. Ils donnent l'évaluation précise du coût du contrôle en fonction des paramètres de dégénérescence. Ensuite, la contrôlabilitéé sera abordée pour des opérateurs H avec un contrôle frontière localisé en $x=1$, comme il a été fait dans un travail récent avec F. Alabau-Boussouira et G. Leugering. Dans ce cas, des résultats sur la stabilisation frontière seront aussi déduits.

Jean-Michel Coron: Transformations linéaires pour la stabilisation d'équations aux dérivés partielles non linéaires.

Nous commençons par présenter sur des systèmes hyperboliques des phénomèmes étranges qui apparaissent dans la stabilisation d'équations aux dériv ées partielles non linéaires. Nous présentons alors des méthodes transformant un système linéaire à contrôler, donné, en de nouveaux pour lesquels la stabilisation est facile à obtenir. Nous appliquons ces méthodes à la stabilisation rapide de systèmes à contrôler non linéaires par des équations aux d érivées partielles telles que les équations de Korteweg de Vries, Kuramoto-Sivashinsky, Schrödinger et des systèmes hyperboliques $1-D$.

Sylvain Ervedoza: Sur la stabilisation des équations de Navier-Stokes incompressibles dans un canal bidimensionnel avec un contrôle normal.

Dans cet exposé, je présenterai un travail récent sur la stabilisation des équations de Navier-Stokes incompressibles dans un canal bidimensionnel avec des conditions p ériodiques dans la variable longitudinale et un contrôle agissant sur le bord horizontal supérieur uniquement sur la composante normale de la vitesse. Dans ce cas, la condition de divergence nulle impose que le contrôle soit de moyenne nulle, si bien que le mode 0 des équations linéarisées (qui correspond à un espace de dimension infinie) est ind épendant du contrôle. Nous suivons donc une idée introduite précédemment dans les travaux d'E. Cerpa, J.-M. Coron et E. Crépeau pour le contrôle des équations de Korteweg-de-Vries, consistant à chercher la solution sous la forme $u = \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2$ pour $\varepsilon > 0$ petit. Nous construisons alors une solution contr ôlée exponentiellement stable pour laquelle le terme d'advection $(u \cdot \nabla)u$ contrôle l'espace propre le plus instable parmi ceux de mode 0.
Collaboration avec Shirshendu Chowdhury et Jean-Pierre Raymond.

Olivier Glass: Contrôle du mouvement d'un ensemble de particules.

On considère le problème de contrôlabilité lagrangienne pour deux modèles de fluides. La contrôlabilité lagrangienne consiste en la possibilité de prescrire le mouvement d'un ensemble de particules, d'un endroit à un autre en un temps donné. Les deux modèles que nous considérons sont d'une part l'équation d'Euler des fluides parfaits incompressibles, et d'autre part l'équation de Stokes quasistatique pour les fluides incompressibles et visqueux. Cette présentation correspond à des travaux en collaboration avec Thierry Horsin (Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris)

Manuel González-Burgos: Contrôlabilité de systèmes paraboliques linéaires : nouveaux phénomènes.

Nous pointerons, dans cet exposé, de nouveaux phénomènes qui apparaîssent dans le cadre de la contrôlabilité de systèmes paraboliques couplés. Précisément, quand le nombre de contrôles (distribués ou frontières) exercés sur le système est inférieur au nombre d'équations. Dans ce but, nous étudierons les propriétés de contrôlabilité d'exemples simples de systèmes paraboliques. En conséquence, nous verrons que, généralement,

(1) Les contrôlabilités à zéro, qu'elles soient distribuée ou frontière, ne sont pas équivalentes.
(2) La contrôlabilité à zéro n'est pas équivalente à la contrôlabilité approchée.
(3) La contrôlabilité à zéro n'existe que si T, le temps final, est suffisamment grand (temps minimal de contrôlabilité).
(4) La contrôlabilité à zéro distribuée dépend de la position de l'ouvert de contrôle.

Florence Hubert: Modélisation mathématique des instabilités dynamiques des microtubules.

Notre objectif est d'établir, mathématiquement et numériquement, quel-ques modèles qui soient pertinents en ce qui concerne les effets pharmacologiques des m édicaments ciblant les microtubules. Ces médicaments sont de puissants remèdes antimitotiques utilisés dans les cancers humains. Ils induisent d'importantes perturbations sur les instabilit és dynamiques des microtubules. Comme ces instabilités jouent un rôle clé dans la progression cancéreuse (prolifération, division cellulaire et migration cellulaire), toute contribution pour comprendre leurs effets pourrait être utile. Je donnerais dans cet exposé un aperçu des problématiques mathématiques que l'on peut rencontrer dans la Modélisation de ces phénomènes.

Hiroshi Isozaki: Propriétés asymptotiques des solutions du système de l'élasticité dans un demi-espace.

Dans un demi-espace perturbé de $\mathbb{R}^3$, avec des fissures ou des perturbations locales de la surface, nous étudions le développement asymptotique à l'infini des solutions du système de l'élasticité stationnaire $(P - \lambda)u = 0$ dans le cadre des espaces de Besov B^*. Les objectifs principaux sont le comportement asymptotique de l'onde de Rayleigh près de la surface ainsi que ceux des ondes P et S près de la direction critique. Il s'agit d'un travail commun avec M. Kadowaki et M. Watanabe.

Gilles Lebeau, Chaves-Silva Felipe: Contrôlabilité pour le système de Stokes.

Soit Ω un domaine borné régulier et ω un ouvert non vide de Ω. Il vient des estimations de Carleman paraboliques que le problème du contr ôle du système de Stokes

$$y_t - \triangle y + \nabla p = 1_\omega f, \quad div(y) = 0, \quad y|_{\partial\Omega} = 0$$

$$y|_{t=0} = y_0 \in H, \quad y|_{t=T} = 0$$

admet pour tout $T > 0$ une solutéion f telle que $\|f 1_\omega\|_{L^2} \leq C_T \|y_0\|_H$. Notre principal résultat est une preuve de l'estimation suivante en temps petit :

$$C_T \leq A e^{B/T}.$$

Nous décrirons, dans l'exposé, la preuve de l'inégalité spectrale pour le système de Stokes qui conduit à l'estimation précédente.

Arnaud Münch: Problèmes inverses pour des EDP à l'aide de formulations mixtes.

Nous explorons une méthode directe qui permet de résoudre numériquement des problèmes inverses pour des équations hyperboliques. D'abord, nous voulons reconstruire la solution complète de l'équation posée dans $\Omega \times (0, T)$ - Ω étant un sous-ensemble de $\mathbb{R}^N$ - à partir d'une observation partielle distribuée. À cette fin, une technique de moindres carrés pour minimiser la distance entre l'observation à toute solution est utilisée. L'équation hyperbolique étant choisie comme la principale contrainte, les conditions d'optimalité sont ramenées à une formulation mixte impliquant à la fois l'état à reconstruire et un multiplicateur de Lagrange. Avec les conditions habituelles de l'optique géométrique nous montrons le caractère bien posé de cette formulation mixte (en particulier la condition inf-sup) puis nous introduisons une approximation numérique basée sur une discrétisation en éléments finis espace- temps. Nous montrons la convergence forte de l'approximation et discutons plusieurs exemples pour $N = 1$ et $N = 2$. On discutera de la reconstruction simultanée de l'état et du terme source ainsi que le cas frontière. Le cas parabolique - plus délicat car il exige des poids appropriéés - sera aussi abordé. Il s'agit d'un travail avec Nicolae Cîndea et Diego Araujo de Souza. Les détails sont dans [**?**, **?**, **?**] qui utilisent des arguments de [**?**, **?**].

Maria Grazia Naso: Quelques résultats sur les systèmes de Timoshenko.

Les dernières décennies ont vu un développement rapide dans les hautes technologies utilisant des poutres. Cela a suscité un grand intérêt et plusieurs résultats ont été publiés. Dans la vaste littérature sur ce domaine, la plupart des articles traitent de modèles de Euler-Bernoulli et seulement quelques-uns d'entre eux sont consacrés à ceux de Timoshenko bien que, par exemple, il a été montré récemment que le modèle poutre (plaque) de type Timoshenko a un plus large éventail d'applicabilité que le modèle Euler-Bernoulli. Dans cet exposé, nous présenterons quelques résultats récents concernant la stabilisation frontière, les problèmes de contact et les systèmes de pont appliqués à une poutre de Timoshenko.

Cristina Pignotti: Stabilisation de l'équation des ondes avec des retards temporels intermittents.

Les effets des retards temporels sont souvent présents dans les applications et les problèmes physiques. Par ailleurs, il est bien connu qu'ils peuvent induire de l'instabilité. Nous discuterons l'existence et les propriétés de stabilitéé pour les équations des ondes amorties ou retardées de façon intermittente. Des résultats de stabilitéé asymptotique ou exponentielle sont prouvés sous des conditions convenables.

Luc Robbiano: Une inégalité spectrale pour le bilaplacien.

Nous présentons dans cette exposé une inégalité obtenue avec Jérôme Le Rousseau, sur les sommes de fonctions propres du bilaplacien avec des conditions aux limites d'encastrement. Ces conditions au bord ne permet-tent pas de réduire le problème au cas du laplacien avec des conditions au bord adaptées. La preuve suit la stratégie utilisée pour le laplacien, c'est-à-dire nous considérons un problème avec une variable supplémentaire et nous prouvons des inégalités de Carleman pour ce nouveau problème. La principale difficulté est de démontrer une inégalité de Carleman jusqu'au bord.

Julien Salomon: Quelques méthodes numériques pour des problèmes de contrôle en chimie quantique.

Au cours des vingt dernières années, la chimie quantique a connu d'importants développements et donne maintenant lieu à des applications pratiques. D'un point de vue math ématique, les questions sont souvent posées sous forme de problèmes de contrôle bilinéaire. A cause de la structure complexe de ce type de problèmes, des algorithmes spécifiques ont été développés. Dans cette intervention, nous discutons l'état de l'art dans ce domaine. Nous présenterons, entre autres, une classe d'algorithmes monotones, leurs extensions et une manière de les paralléliser.

Luz de Teresa: Sur le contrôle hiérarchique d'équations paraboliques couplées.

A hierarchic control problem is a control problem where multi-objectives are present. There is a leader control and one or more followers. Each of them determine a strategy. The first results on hierarchic control for pde were obtained mainly by J.L. Lions in the context of approximate controllability and some of the recent results for some equations continue to be in this context. Recently Araruna, Fernández-Cara and Santos presented a hierarchic control result for one scalar heat equation where one of the objectives is an exact control to trajectories. In this talk we will present an (exact) hierarchic control for two coupled heat equations. In our result we need one of the coupling parameters to be small. The strategy is to write controls and solutions as a series of powers of this parameter an then to control the system corresponding to each power. This method was introduced by Castro and de Teresa for a system of thermoelasticity. In the present situation the key point will be controlling a system to zero with an exponential decay. To this end we will combine different techniques, including decoupling, Carleman estimates, and solving a fourth order system.
This work has been done in collaboration with Víctor Hernández Santamaría.

Djamel Eddine Teniou: Contrôlabilité à zéro du système de Stokes interagissant avec l'équation de la chaleur.

Nous considérons le système de Stokes avec des conditions frontières dynamiques du type équation de la chaleur. Nous montrons que le problème est bien posé et que la solution est régulière. Ensuite nous établissons une estimation de Carleman pour ce système. Enfin, nous écrivons une inégalité d'observabilité qui donne la contrôlabilité à zéro.

Ouahiba Zair: Contrôlabilité à zéro pour l'équation de la chaleur en présence de singularités.

Dans ce travail on s'intéresse au contrôle des solutions de l'équation de la chaleur en présence de singularités. La théorie des singularités des problèmes elliptiques connaît une longue histoire, aussi bien du point de vue de l'ingénieur que du mathématicien. Ainsi dans une première partie de ce travail on s'intéresse au comportement de la solution au voisinage des singularités qui est dû soit à la géométrie du domaine (coins, arêtes, sommets, pointes ect.) ou bien à un changement brutal de conditions au bord. L'objectif est de donner explicitement les fonctions singulières qui permettent de décomposer la solution en une partie singulière et une partie régulière. On donnera ainsi la régularité maximale pour l'équation de Laplace dans les espaces fractionnaires, puis la résolution faible de problèmes mixtes pour l'équation de la chaleur. Comme point de référence on a choisi l'approche de Grisvard.
Dans une deuxième partie de ce travail, on donnera des résultats de contrôlabilité à zéro, pour l'équation de la chaleur en présences de ces singularités. La méthode repose de manière essentielle sur la possibilité d'établir des estimations de Carleman dans ce type de domaines. Ces résultats seront donnés dans les cas suivants :

(1) Cas de la condition de Dirichlet dans un domaine polygonal.
(2) Cas d'un domaine plan fissuré.
(3) Cas des conditions mêlées dans un ouvert régulier.