Singularités Chambéry-Marseille-Nice
Janvier 4 - 6, 2016

Karim BEKKA: Sur les applications analytiques stables.

Deux applications C^k, $k \in \mathbb{N} \cup \{\infty, \omega\}$, $f : N \to P$ et $g : N \to P$ sont C^k-equivalentes s'il existe des difféomorphismes C^k $\phi : N \to N$ et $\psi : P \to P$ tels que $f = \psi \circ g \circ \phi$. L'application $f : N \to P$ est dite C^k*-stable* s'il existe un voisinage U de f dans $C^k_{pr}(N,\ P)$ (pour la topologie de Whitney) tel que tout $g \in U$ est C^k-equivalent à f.

J. Mather, dans une série de 7 articles a donné une réponse complète au problème de la stabilité dans le cas C^k, $k \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$. Dans des notes précédentes dues à Thom et Levine, il est montré que les applications C^∞-stables ne sont pas génériques toutes les dimensions. Mather a été capable de donner le domaine de dimensions $(n,\ p)$, avec $n = \dim N$ et $p = \dim P$, où les applications stables sont denses dans $C^\infty_{pr}(N,\ P)$, qu'il a nommé "bon domaine de dimensions".

Dans cet exposé je parlerai de la stabilité dans le cas analytique. En particulier, j'aborderai les questions de caratérisation des applications applications C^ω stables, du "bon domaine de dimensions" et de la comparaison des classifications C^∞ et C^ω i.e. deux applications C^ω stables qui sont C^∞-équivalentes sont-elles C^ω-equivalentes ?

Jean-Baptiste CAMPESATO: Une fonction zêta motivique pour l'étude des singularités réelles.

À un germe Nash (semialgébrique et analytique), nous associons une fonction zêta motivique locale. Il s'agit d'une série formelle à coefficients dans un anneau de Grothendieck $\mathbb{R}^*$-équivariant similaire à celui de Guibert–Loeser–Merle mais pour les ensembles $\mathcal{AS}$ au-dessus de $\mathbb{R}^*$. Cette fonction zêta généralise les fonctions zêta de Koike–Parusiński et de Fichou. Elle admet une formule de convolution permettant de calculer la fonction zêta du germe $f \oplus g$ à partir des fonctions zêta des germes f et g. Nous introduisons ensuite la notion d'équivalence arc-analytique. Il s'agit d'une relation d'équivalence pour les germes Nash. Cette notion coïncide avec l'équivalence blow-Nash mais sa définition ne fait pas intervenir de modification Nash. La fonction zêta est un invariant de l'équivalence arc-analytique.

Krzysztof KURDYKA: Curve-rational functions.

Let X be an algebraic subset of $\mathbb{R}^n$, and $f \colon X \to \mathbb{R}$ a semialgebraic function. We prove that if f is continuous rational on each curve $C \subset X$ then: 1) f is arc-analytic, 2) f is continuous rational on X. As a consequence we obtain a characterization of hereditarily rational functions recently studied by J. Kollár and K. Nowak. Joint work with W. Kucharz.

Olivier LE GAL: Autour d'une conjecture de Wilkie.

Etant donnée A une famille de fonctions analytiques complexes restreintes, Wilkie cherche à donner une description des fonctions holomorphes localement définissables dans l'expansion $\mathbb{R}_A$ du corps des réels par A, une fois $\mathbb{C}$ identifié à $\mathbb{R}^2$. Il montre qu'au voisinage d'un point générique pour une certaine pré-géométrie associée à A, ces fonctions peuvent être obtenues à partir de A et de polynômes à coefficients rationnels par réflexions de Schwartz, fonctions implicites, compositions et dérivation partielles. Il conjecture ensuite que cette description reste valable au voisinage d'un point général. Dans ce travail commun avec G. Jones, J. Kirby et T. Servi, on montre qu'au moins trois autres types d'opérations, issues de la résolution des singularités - à savoir, les divisions monomiales, les compositions avec les racines (i.e., inverse ramifications), et les effondrements - sont nécessaires pour pouvoir décrire toutes les fonctions holomorphes localement définissables dans $\mathbb{R}_A$.

Hussein MOURTADA: Une approche de la résolution des singularités via les espaces de jets.

J'expliquerai une approche géométrique d'une conjecture de Teissier sur la résolution des singularités par un morphisme torique. Les ingrédients principaux de cette approche sont les espaces de jets, les valuations divisorielles et les géométries torique et tropicale (tous ces ingrédients seront introduits). Si le temps le permet, je parlerai d'applications possibles d'une résolution des singularités obtenue par cette approche.

Adam PARUSIŃSKI: Equisingularity theory of analytic and algebraic set germs. Proof of Whitney Fibering Conjecture.

One of the most fundamental results of singularity theory states that an algebraic family of algebraic sets is generically equisingular, i.e. it is locally topologically trivial over strata of a finite stratification of the parameter space. A similar result, correctly stated, holds for analytic families of analytic set or function germs.

These results can be proven by means of stratification theory, in some special cases by the resolution of singularities, or by Zariski equisingularity. The main purpose of this sequence of lectures is to give an introduction to the latter method, that provides moreover an algorithmic and constructive approach. First we introduce such basic tools as Puiseux Theorem, Whitney Interpolation, and arc-analytic maps. Then we show how, for Zariski equisingular families, to construct topological trivializations satisfying additional properties, for instance semialgebraic (subanalytic in analytic case) and analytic on real analytic arcs. Finally we show Whitney fibering conjecture in the real and complex, local analytic and global algebraic cases.(based on a recent joint paper with Laurentiu Paunescu arXiv:1503.00130).

Anne PICHON: Une propriété métrique des singularités de surfaces minimales.

Les singularités de surfaces minimales, introduites par J. Kollár en 1985, jouent un rôle clé en théorie de la résolution des surfaces complexes. En effet, elles sont des objets centraux des deux principaux algorithmes de résolution : d'une part, la résolution obtenue comme composition d'éclatements normalisés de points (Zariski, 1939), comme l'ont montré R. Bondil et Lê en 2002 ; d'autre part, la résolution obtenue comme composition de transformées de Nash normalisées (Spivakovky, 1990). La question de l'existence d'une dualité entre ces deux algorithmes, posée initialement par Lê D. T., est toujours ouverte à ce jour. Le fait que les singularités minimales soient le dénominateur commun entre les deux algorithmes suggère le besoin d'une meilleure compréhension de cette classe de singularités.

Je propose de présenter un travail en commun avec Walter Neumann et Helge Pedersen dans lequel nous démontrons que les singularités de surfaces minimales sont caractérisées par une propriété remarquable parmi les singularités de surfaces rationnelles : elles sont normalement plongées, c'est-à-dire que leurs métriques internes et externes sont bilipschitz équivalentes.

Michel RAIBAUT: Stringy invariants for horospherical varieties of complexity one.

Joint work with Kevin Langlois and Clelia Pech.

In this talk, following Batyrev constructions, we will start by explaining the definition of the stringy motivic volume of a normal $\mathbb{Q}$-Gorenstein variety with log-terminal singularities. Then, we will explain the notion of horospherical variety of complexity one which can be thought as a generalization of toric varieties. Finally, we will present a computation of this stringy invariant in this context, extending recent results of Batyrev-Moreau in the complexity zero case.